Univerzita Karlova

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Analýza kritických míst při řešení slovních úloh pro žáky I. stupně

Analysis of critical situations at solving verbal tasks for pupils in first grade of elementary school

Jan Chudík

Vedoucí práce: Mgr. Radka Havlíčková

Studijní program: Učitelství pro základní školy

Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň základní školy

2018

Odevzdáním této diplomové práce na téma Analýza kritických míst při řešení slovních úloh pro žáky I. stupně potvrzuji, že jsem ji vypracoval pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Praha 13.7.2018

Rád bych na tomto místě poděkoval Mgr. Radce Havlíčkové za podnětné rady a odborné vedení této práce. Cením si času a připomínek, které vedly k výsledné podobě mé práce. Děkuji rovněž své rodině za podporu při studiu.

ABSTRAKT

Cílem této práce je seznámit čtenáře s kritickými místy při řešení slovních úloh v matematice na 1. stupni základní školy a na konkrétních úlohách se pokusit o analýzu jednotlivých řešitelských strategií. Především jde o snahu odhalit potíže žáků a získání informací o řešitelském procesu pomocí písemného záznamu řešení a následných hloubkových rozhovorů.

Teoretická část rozdělena do šesti kapitol, které pojednávají o vymezení termínu slovní úlohy, o jednotlivých oblastech, které mohou ovlivňovat úspěšnost řešení slovních úloh a také o dílčích procesech.

Praktická část pak obsahuje rozbor jednotlivých žákovských řešení, který je doplněn o analýzu a popis jevů, které se v řešeních jednotlivých žáků vyskytly a způsoby gradované dopomoci ze strany učitele.

KLÍČOVÁ SLOVA

slovní úloha, žákovská řešení, analýza rozhovorů, otázky, řešitelský proces

ABSTRACT

The aim of this document is to familiarize first grade elementary school readers with the critical points in solving word problems in mathematics and to analyze various problem-solving strategies in concrete tasks. Primarily, the document is focused on determining pupils' difficulties and acquiring information about the problem-solving process through a written record of the solution and subsequent in-depth interviews.

The theoretical part is divided into six sections dealing with terminology (e.g. word problem) and the areas influencing success in the solution of word problems and partial processes.

The practical part contains an analysis of each pupil's solutions and a description of phenomena found in them, together with the grading teacher's help.

KEYWORDS

Word problem, pupil's solutions, analysis of interviews, questions, solution process

Obsah

Úvod

Malé děti se obdivuhodně učí od narození. Všechny děti se rodí s jistým potenciálem a schopností učit se. Některé děti však tento potenciál plně nevyužijí. Příčin selhávání může být mnoho a jejich rozpoznávání bývá často velmi problematické. Většina odborníků[1] se shoduje v tom, že všechny děti „jsou schopné“ se učit a hledat cesty, které je mohou přivést k poznání a k tomu zkoumat cesty nové. Proto, aby poznání a učení se vedlo k naplňování žákovského potenciálu, je důležité poskytnout jim vhodnou pomoc. Bez takového druhu pomoci mohou zažívat opakující se selhání, zmatek a následnou frustraci. Pokud chceme děti naučit učit se a vybavit je schopnostmi k překonávání překážek, musíme jim poskytnout vhodné nástroje. Je to přirozené, protože každý by dětem, které vysílá do neznámého prostředí, poskytl co největší množství informací a nástrojů, aby došly do cíle, a přitom si cestu tímto prostředím užívaly. Podobné a přirozené by to tedy mělo být i ve školním prostředí, kde se role průvodců ujímají učitelé, ale i spolužáci.

Při studiu na Pedagogické fakultě jsem se mimo jiné seznámil s „Hejného metodou“, která se vyučuje jinak. Z hlediska učitele jde o změnu smýšlení, změnu v celkovém postoji k procesu vyučování, budování třídního klimatu a horizontální komunikace. Této změně jsem naprosto propadl a vnímám ji jako jednu z největších změn, na které chci dále pracovat, protože konstruktivistické vyučování chápu jako celoživotní proces učení sebe sama a jako takový jej chci nabídnout i svým žákům. Smysluplnost takové změny lze především pozorovat ve změně postojů žáků, kteří se stávají aktivními, lépe se začínají vyjadřovat o svých poznatcích, efektivně spolupracují, čímž docházejí ke kvalitnějším poznatkům, které sami objevují, a především těmto poznatkům rozumějí. Matematika se tak může stát oblastí skutečného zájmu a předměte, na který se žáci těší.

To byl také jeden z důvodů, proč jsem zvolil téma diplomové práce, zaměřené na oblast matematiky. Toto mé rozhodnutí bylo posíleno tím, že jsem dostal příležitost podílet se jako experimentátor na výzkumném projektu GA ČR[2] s názvem *„Kritická místa*

[1] Brierlay, J. 7 prvních let života rozhoduje. Praha, Portál 1996; Bruner, J.S. Vzdělávací proces. Praha, SPN 1965

[2] Grantová agentura České republiky (GA ČR) je organizační složkou státu, která jako jediná instituce v naší zemi poskytuje z veřejných prostředků účelovou podporu na projekty základního výzkumu. Při své činnosti

matematiky základní školy v řešeních žáků". Tento výzkum navazoval na předchozí projekt GA ČR[3], který byl zaměřen na shromáždění a analýzu zkušeností učitelů týkajících se tzv. kritických míst v matematice základní školy. Jedním z cílů bylo identifikovat povahu obtíží, které mají čeští žáci na 1. a 2. stupni, východiskem byly shromážděné výstupy z výzkumu realizovaného v letech 2011-2013. Šlo o kvalitativní výzkum, jehož cílem bylo zjistit co nejvíce informací o samotném řešitelském procesu.

Ve své práci se zaměřím na žáky 1. stupně, se kterými jsem tento experiment realizoval a následně jsem provedl vlastní šetření u těch žáků, kteří s řešením v některé oblasti měli problém. Mým cílem bylo zjistit, jak žáci na druhém stupni využívají nástroje a poznatky získané v předcházejícím období. První experiment proběhl v roce 2014 a následné ověřování začátkem roku 2018.

Jedním z cílů praktické části bylo zjistit, jakých nejčastějších chyb se žáci dopouštějí, jaké řešitelské strategie užívají a jakou míru dopomoci potřebují k úspěšnému řešení. Zároveň je možno posoudit, do jaké míry mají testovaní žáci zvládnuty výstupy dle RVP ZV a zda umí aplikovat jednotlivé dovednosti v kontextu slovních úloh.

---

se řídí zákonem č. 130/2002 Sb., o podpoře výzkumu, experimentálního vývoje a inovací, a je samostatnou účetní jednotkou.

[3] GA ČR P407/11/1740 Kritická místa matematiky na základní škole - analýza didaktických praktik učitelů (2011-2013)

1 Slovní úloha

Tato část je věnována vymezení pojmu slovní úloha, jak jej předkládají různí autoři. Cílem je, kromě seznámení se s těmito vymezeními, pokusit se najít společné body v pohledu na slovní úlohu. V další části budou uvedeny závěry výzkumu GA ČR[4], který se, mimo jiné, zabýval slovními úlohami na prvním stupni ZŠ z pohledu učitelů.

Kuřina (1990, s. 61) charakterizuje slovní úlohu jako úlohu *„… ve které je obvykle popsána určitá reálná situace a úkolem řešitele je najít odpovědi na položené otázky."*

Malinová (1983, s. 101) charakterizuje slovní úlohu takto: *„Slovní úlohou rozumíme obvykle úlohy aritmetické, algebraické nebo geometrické, formulované slovy nebo úlohy z praxe … Podle toho tzv. slovní úlohy dělíme v podstatě do dvou skupin. První skupinu tvoří úlohy matematické, které jsou vysloveny s použitím matematických symbolů, … Druhou skupinu tvoří úlohy, jejichž náměty jsou vzaty ze života, text popisuje nějakou reálnou situaci a vyúsťuje v nějaký reálný problém."*

Kaslová (2010, s.3) uvádí: *„…krátké vyprávění nebo popis situace, přičemž teprve otázka nebo úkol tvoří problém. Ne každý problém je slovní úlohou; musí být řešitelný matematickými metodami řešení."*

Vyšín (1962, s. 104) uvádí: *„… úlohy aritmetické nebo algebraické, formulované slovy, nikoli matematickými symboly, nebo úlohy z praxe, jejichž řešení vyžaduje rozřešení aritmetické nebo algebraické úlohy."*

Hejný (2003, s.3) vymezuje slovní úlohu takto: *„Termínom slovná úloha rozumieme matematickú úlohu, ktorá vyžaduje jazykové porozumenie a presah do životnej skúsenosti."*

Již z přehledu těchto vymezení a vyjádření je zřejmé, že charakterizovat jednoznačně slovní úlohu není snadné. Nejvýstižnějším se jeví vymezení Hejného, protože zdůrazňuje nutnost jazykového porozumění, tedy porozumění sémantice samotných slov, slovních spojení a jednotlivých vazeb v textu úlohy. Důležitý je přesah do životní zkušenosti, který ukazuje využití situace ve stejném kontextu slovní úlohy, s níž již má řešitel zkušenost vlastní nebo zprostředkovanou. V praxi se jedná o ty příklady, kdy se žákům nedaří řešit jednotlivé úlohy z důvodu chybějící zkušenosti.

[4] GA ČR P407/11/1740 Kritická místa matematiky na základní škole-analýza didaktických praktik učitelů

Právě výše uvedené charakteristiky vymezují pojem slovní úloha z hlediska textu úlohy, z hlediska řešitele, pro kterého je kontext uvedených i hledaných údajů podmínkou pro samotné započetí řešení a úspěšné dokončení.

1.1 Problémy žáků při řešení slovních úloh z projektu[5]

Tato část se zabývá poznatky, ke kterým dospěli autoři výzkumu Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů se zaměřením na oblast řešení slovních úloh na 1. stupni základní školy.

Autoři upozorňují, že dostupné učebnice nabízejí dostatek slovních úloh k řešení, jen variabilita z hlediska sémantického kotvení čísla je malá. Tento fakt vede k tomu, že žáci si zvyknou na vyhledávání signálních slov a nevěnují tolik pozornosti významu textu. Úlohy s antisignálem se v těchto učebnicích téměř nevyskytují. Mezi další úskalí patří především porozumění informacím, předkládání vzoru řešení a kladení důrazu na správné zapsání, což může následně vést k soustředění pozornosti na formální aspekty postupu než na jeho skutečnou realizaci.

Dotázaní učitelé spatřují jako jeden z hlavních problémů chybějící logické myšlení, nedostatečnou čtenářskou gramotnost, porozumění jednotlivým slovům, nesprávné provedení zápisu úlohy nebo jejího znázornění a také chybějící či špatnou formulaci odpovědi. Dále učitelé zmiňují důležitost motivace k řešení těchto úloh, protože žáci nemají často ochotu se textem vůbec zabývat. Podle jejich názoru, může být důvodem opakované řešení úloh stejného typu, kdy následně dochází k povrchnímu čtení textu, což vede k tomu, že žáci neberou v úvahu jednotky u čísel, nebo počítají s jinými, implicitně přítomnými čísly. Učitelé podle svých vyjádření nabízejí žákům „vedení" v procesu řešení, například formou redukce textu úlohy pouze na nezbytné informace. Jiní učitelé vedou žáky k tomu, aby si podtrhávali důležitá slova. Jedna z dotazovaných učitelek uvádí, že vede své žáky k řešení zpaměti a ke společné tvorbě zápisu.

Autoři výzkumného projektu poukazují v souvislosti s řešením slovních úloh na zahraniční výzkumy, které v této oblasti byly provedeny. Je vhodné zmínit výzkum Gersten et al (2008), který cituje tři významné studie, jichž se se zúčastnili žáci 1. stupně s potížemi v učení. Podstatou výuky bylo poskytnutí systematického používání grafického

[5] GA ČR P407/11/1740 Kritická místa matematiky na základní škole-analýza didaktických praktik učitelů

znázornění, která jim mělo pomoci analyzovat obsah slovní úlohy. Třetí z uvedených studií se týkala slovních úloh, které se vyučují v době, kdy žáci přecházejí od aritmetiky k algebře. Cílem bylo, aby se žáci naučili řešit slovní úlohy, které zahrnují příslušnou operaci, ale také operaci k ní inverzní. Takovou úlohou s inverzní operací je např. „Myslím si číslo[6]“. Tito žáci nebyli vedeni k tomu, aby hledali v úlohách klíčová – signální – slova, ale učili se používat vizuální reprezentaci úlohy. Výuka navíc byla založena na a) představení jednotlivých typů úloh, b) důkladném procvičování, c) „uvažování nahlas“ při vytváření vizuálních reprezentací. Vlivem používání nákresů a diagramů na úspěšnost žáků 3. ročníku v řešení slovních úloh se dále zabývali Csikos, Szitanyi a Kelemen. (2012) Učitelé poskytovali žákům příklad, aby si při řešení sami kreslili náčrtky a byl jim zdůrazněn stejný postup při skupinové práci, i v diskuzi s učitelem byli vedeni k důležitosti vizuální reprezentace úlohy pro správné řešení. Ve schopnosti řešení slovních úloh tato skupina žáků dosáhla většího posunu v dovednostech mezi pre-testem a post-testem. Dále je uveden další slibný výukový přístup, který autoři Gersten et al (2008) nazývají *„schema-based transfer instruction“* (dále SBTI). Ten je založen na předpokladu, že je nutné, aby si žáci vytvořili schéma pro seskupování úloh do typů, díky čemuž, pokud se setkají s novým problémem, budou v něm lépe schopni najít spojení se známými úlohami a efektivně je řešit. Jde tedy o transfer dovedností na novou úroveň. V popsaném přístupu SBTI se tento transfer explicitně vyučoval a žáci byli vedeni k tomu, aby si uvědomili, že změnou povrchových vlastností matematické struktury úlohy nedochází ke změně typu problému nebo požadovaného způsobu řešení. Pojem transfer způsobů řešení mezi známou úlohou a novou úlohou byl explicitně vysvětlován. V porovnání kontrolních skupin dosáhla tato skupina signifikantně lepších výsledků. Žáci dokonce v tomto případě dosáhli lepšího výsledku i v řešení reálných úloh, s nimiž se při výuce vůbec nesetkali, což v tomto případě svědčí o efektivitě poskytnuté dopomoci.

Ze závěrů výzkumného projektu „Kritická místa v matematice“ vyplývá, že přes upřímné snahy učitelů a různé formy odměn, jsou učitelé podle svých slov bezradní. Příčiny vidí ve složitosti látky, ale také v neochotě žáků přemýšlet, případně řešit dostatek slovních úloh. Stejní autoři naopak upozorňují, vzhledem k věku žáků, na nízký důraz při používání

---

[6] Myslím si číslo. Když toto číslo vynásobím číslem 4 a přičtu k němu číslo 5, dostanu číslo 33. Které číslo si myslím?

manipulativních aktivit. Je zřejmé, že slovní úlohy nejen z pohledu učitelů, představují v procesu učení žáků problematické místo. Je jistě pozitivní, že se hledají cesty, jak pomoci žákům tuto oblast zvládnout. Nastíněné experimenty, o kterých byla zmínka, potvrzují současné pojetí konstruktivistického přístupu k výuce, které učitelům umožňuje připravovat výukové prostředí žákům tzv. „na míru“ s přihlédnutím k jejich aktuálním schopnostem a vývojové fázi. Mezi tyto významné oblasti lze zařadit sdílení informací mezi žáky, práci s chybou, sebehodnocení, objevování a vizualizaci.

2 Co říkají výzkumy učení

Tato část přináší informace o některých závěrech výzkumných šeření z období posledních let. Tyto jsou důležité z pohledu na výukový proces v širších souvislostech, což ukazuje komplexnost a provázanost jednotlivých činností nejen při řešení slovních úloh, ale také těch, které mohou zásadně ovlivňovat především budování postoje k celoživotnímu vzdělávání. Podmínky učení jako takové, lze chápat jako úzce propojené s jednotlivými oblastmi získávání žákovských dovedností a kompetencí. Nejsou-li tyto podmínky zohledňovány, pak účastníci vzdělávacího procesu mohou být do jisté míry limitováni, nebo jejich proces může být zpomalen.

V. Kulič ve své definici učení uvádí: *„Učení je proces, v jehož průběhu a důsledku mění člověk svůj soubor poznatků o prostředí přírodním a lidském, mění své formy chování a způsoby činnosti, vlastnosti své osobnosti, a obraz sebe sama. ... K uvedeným změnám dochází především na základě zkušeností, tj. výsledků, předcházejících činností, které se transformují na systémy znalostí – na vědění."* (Kulič, 1992, s.32)

J. Piaget zdůrazňoval, že myšlení je činnost. Dětem bychom měli poskytnout čas na myšlení. Vzhledem k tomu, že myšlení nemůžeme vidět, učitelé často vyžadují důkazy o takové „činnosti." Piaget nabádal, abychom hledali známky „kognitivního konfliktu." Máme-li děti vést k vyšším úrovním myšlení, tzv. metakognitivnímu[7] myšlení, musíme pro ně vytvářet situace, kdy se jejich současné pojetí skutečnosti dostane do sporu (kognitivního konfliktu) s novou informací nebo zkušeností, a nabídne jim to, co Yeats nazval „fascinace obtížným."

J. S. Brunerovy výzkumy poukazovaly na význam změny zapojení učitele do vyučovacího procesu. Nestačí nechat děti pouze přemýšlet, pracovat a hrát si podle svého. Potřebují někoho, kdo jim poskytne „lešení" pro jejich učení a kdo je dovede k vyšším úrovním myšlení. Jedním z možných způsobů je pomáhat dětem, aby se soustředily na klíčové pojmy učební látky, a pak se k těmto pojmům opakovaně vracet. Bruner tento postup přirovnal ke spirále, která se opakovaně vrací zpět, ale vždy je na vyšší úrovni. „Spirálové

[7] Pedagogický slovník (Průcha, Walterová a Mareš, 2000, s.122) definuje metakognici jako způsobilost člověka plánovat, monitorovat, vyhodnocovat postupy, jichž sám používá, když se učí a poznává. Jde o činnost vědomou, která vede člověka k poznávání, jak sám postupuji, když poznávám svět.

učební osnovy“ ukazují, že má-li se žák učit algebře ve čtrnácti letech, je nejvýhodnější začít s její výukou, když je mu sedm let.

L. S. Vygotskij zjistil, že klíčem k úspěšnému učení je sociální interakce. Ve spolupráci s rodiči, vrstevníky a dalšími dospělými, se naučíme více než samostatně. Nesdílel názor jiných, že inteligence se nedá rozvíjet. Podle autora mají všichni lidé to, co nazývá jako „pásmo (zóna) nejbližšího rozvoje.“ Tímto pojmem Vygotskij odkazuje k našemu potenciálu, že tímto způsobem můžeme dosáhnout více, než bychom v daném okamžiku dokázali sami. Nelze však s jistotou říci, jak hluboko toto „pásmo nejbližšího rozvoje“ sahá. Úkolem pro učitele je, aby se pokusil tento potenciál u každého žáka naplnit. Jedním z hlavních prostředků, pro dosažení tohoto cíle, je užívání řeči.

Podle R. Fishera[8], badatelé v oblasti kurikula zkoumali, jak si děti vytvářejí vlastní teorie. *„Už je překonán názor, že děti jsou nepopsanou tabulí nebo prázdnými nádobami k naplnění. Od malička se snaží porozumět svému světu a vytvářejí si vlastní teorie o tom, jak svět funguje a kde je jejich vlastní místo v něm. Výzkumy v matematice a přírodovědě ukazují, že děti si z toho, co vidí a co dělají, vyvozují vlastní závěry a názory (tzv. naivní nebo spontánní koncepty). Jejich teorie jsou někdy podivné a vycházejí ze špatných představ. Potíž s nesprávnými představami je v tom, že jsou-li vaše vlastní, velice těžko se jich vzdáváte. Učení probíhá tehdy, když nastává změna v tom, co si myslíme; a v dobrém vyučování jde o to, aby si děti vytvářely a přetvářely své představy.“*

Kognitivní zkoumání soustředilo pozornost na složitou povahu myšlení. Každý z jednotlivců má různý styl myšlení a učení. Existují auditivní typy, které dávají přednost tomu, aby informace slyšely; vizuálními typy nejraději přejímají informace ve viditelné podobě; taktilní typy upřednostňují formu konkrétní hmatatelné zkušenosti. Někteří preferují společnou práci s druhými, s partnerem nebo malou skupinou, a jiní raději pracují o samotě. Je tedy zřejmé, že jeden styl výuky nebude vyhovovat všem žákům. Potřebujeme proto široké výukové strategie, které dokáží aktivovat rozmanitou inteligenci dítěte.

Psychologické výzkumy zdůrazňují klíčovou roli sebevědomí, sebedůvěry a pocitu, že zvládáme to, o čem přemýšlíme a co děláme. Jsme lépe motivováni, když věříme, že budeme úspěšní a když důvěřujeme ve své schopnosti. Je nutné, abychom také u svých žáků budovali pocit „dokážu to.“ Jedním ze způsobů, jak to dělat, je pomáhat jim

[8] Fisher R., Učíme děti myslet a učit se. Portál, Praha 2011

rozpoznávat vlastní úspěchy a vést je k tomu, aby více vnímali sebe jako ty, kteří se zdokonalují. Mezi efektivní nástroje může patřit využívání formativního hodnocení při výuce.

Z těchto informací můžeme dojít k závěru, že výuka obecně vyžaduje: zaměření se na vyvolání potřeby vědět; jde převážně o učitele, který bude při rozvoji k vyšší úrovni myšlení „lešením“; vytváření prostředí sociální interakce; důraz na rozvoj komunikace, vytváření představ, respektování jednotlivých stylů myšlení a učení; budování „víry“ ve vlastní úspěch a uvědomění si vlastního pokroku.

Výše uvedené informace o učení zcela jednoznačně souvisejí i s oblastí řešení slovních úloh v matematice. Každý jednotlivý žák potřebuje čas na přemýšlení o problému, který je mu předložen. Potřebuje výše zmíněné „lešení“, které mu pomáhá při budování a aplikaci získaných poznatků, ale také k postupu k dalším úrovním matematických dovedností. Žáci efektivně využívají sociální interakci k řešení úloh, sdělování si a předávání svých poznatků. V praxi lze pozorovat, že v hodinách matematiky probíhá proces učení, protože u každého jednotlivce dochází ke změnám v porozumění, a to na různých úrovních kognitivního procesu.

3 Oblasti ovlivňující práci žáků a vytvářející vhodné prostředí

V této části budou představeny některé oblasti, které mohou ovlivňovat postoje žáků nejen k řešení slovních úloh, ale také mohou ovlivňovat celkový postoj k výuce.

3.1 Transmisivní vyučování

V současné době se můžeme běžně setkat se dvěma dominujícími přístupy k vyučovacímu procesu, které jsou diametrálně odlišné. První se označuje jako transmisivní vyučování, od slova transmisi - přenos. Vyznačuje se prioritně jako předávání informací. V tomto přístupu je učitel tím, kdo je nositelem „pravdy", předává hotové poznatky a cílem žáků je tyto poznatky si zapamatovat a aplikovat na podobné situace. Tento způsob se zaměřuje především na fakta a výsledné řešení, může přispívat k rozvoji paměti a nápodobě. Nevýhodnou je však často plné neporozumění jednotlivým faktům a formální poznatky, které způsobují paradoxní situace, kdy žák umí např. vyřešit jednotlivou úlohu, ale bez hlubšího porozumění. Právě tato řešení jsou vedena na základě nápodoby, předloženého vzoru a signálu. Velmi často se pak můžeme setkat se žáky, kteří jsou takovým vzdělávacím přístupem demotivováni a je potřeba je spíše stimulovat než rozvíjet motivaci. F. Kuřina (2005, s.200) v komentáři ke knize Dítě, škola a matematika uvádí jeden z důvodů, proč se někteří spokojují s takovým předáváním poznatků: *„Potíž je v tom, že naše společnost, ovlivňována nejrůznějšími atraktivními vlivy, není motivována k tomu, jak přijít věci na kloub, jak porozumět věci, jak pochopit podstatu. Společnosti jde spíše o možnost rychlého úspěchu, vysoké odměny, o výsledky získávané s minimální námahou, ne-li dokonce jakýmikoli prostředky."*

A. Vališová, H. Kasíková (2011, s. 122) uvádí: *Transmisivní vyučování, které vidí poznání jako předávání informací, vychází z těchto předpokladů:*

- žák neví,

- učitel ví (je garantem pravdy),

- inteligence je prázdná nádoba.

3.2 Konstruktivistické vyučování

Jiným pojetím vyučovacího procesu je tzv. konstruktivistický přístup. Podle pedagogického slovníku (Průcha, Walterová, Mareš 2003 s. 106) se konstruktivismus *„… snaží realizovat didaktické postupy založené na předpokladu, že poznávání se děje konstruováním tak, že si poznávající subjekt spojuje fragmenty informací z vnějšího prostředí do smysluplných struktur a provádí s nimi mentální operace podmíněné odpovídající úrovni jeho kognitivního vývoje".* Mezi směry konstruktivismu patří konstruktivismus radikální, kognitivní, sociální, didaktický a realistický. Hartl, Hartlová, (2000, s. 271) definují konstruktivismus jako *„… směr druhé poloviny 20. století, který zdůrazňuje aktivní úlohu člověka, význam jeho vnitřních předpokladů a důležitost jeho interakce s prostředím a společností".* Tabulka 1 ukazuje na základní rozdíly v přístupu transmisivního a konstruktivisticky orientovaného vyučování.

Tabulka 1 Rozdíly transmisivního a konstruktivistického edukačního stylu

		transmisivní vyučování	**konstruktivistické vyučování**
1	hodnota poznání	kvantita	kvalita
2	motivace	vnější	vnitřní
3	trvanlivost poznatků	krátkodobá	dlouhodobá
4	vztah učitel-žák	submisivní	partnerský
5	klima	strachu	důvěry
6	nositel aktivity	učitel	žák
7	činnost žáka	imitativní	tvořivá
8	poznatek žáka	reproduktivní	produktivní
9	nosná otázka	jak?	co a proč?

(Hejný, Stehlíková, 1993. s.33)

Zásady didaktického konstruktivismu v matematice uvádí Hejný a Kuřina (2015, s. 194-195):

1. Aktivita

2. Řešení úloh

3. Konstrukce poznatků

4. Zkušenosti

5. Podnětné prostředí

6. Interakce

7. Reprezentace a strukturování

8. Komunikace

9. Vzdělávací proces

10. Formální poznání

Tyto zásady doplňují Stehlíková, Cachová (2006)[9], pěti tezemi popisujícími podnětnou výuku takto:

Teze 1. Učitel probouzí zájem dítěte o matematiku a její poznávání.

Teze 2. Učitel předkládá žákům podnětná prostředí (úlohy a problémy) a vhodně s nimi pracuje.

Teze 3. Učiteli jde především o žákovu aktivní činnost.

Teze 4. Učitel nahlíží na chybu jako vývojové stádium žákova chápání matematiky a impulz pro další práci.

Teze 5. Učitel se u žáků orientuje na diagnostiku porozumění spíše než na reprodukci odpovědi.

A. Vališová, H. Kasíková (2001 s. 122) ke konstruktivnímu vyučování uvádí: *„Konstruktivní vyučování vidí poznání jako konstrukci, výstavbu vlastního poznání, přestavbu vstupních poznávacích struktur. Předpoklady, z kterých vychází jsou:*

- žák ví (má prekoncepty),

- učitel vytváří podmínky proto, aby každý žák mohl dosáhnout co nejvyšší úrovně rozvoje (garant metody),

- inteligence je určitá oblast, která se modifikuje a obohacuje restrukturováním“.

9 Stehlíková N., Cachová J,. Konstruktivistické přístupy k vyučování a praxe. http://class.pedf.cuni.cz/video/DMb/B04.pdf

Základem poznávacího procesu v konstruktivistickém pojetí tedy není zprostředkování vědomostí, ale objevování a konstrukce poznatků samotným žákem, který využívá dosavadní poznatky, dovednosti a zkušenosti. Dále pak usiluje o rozvoj kognitivního a metakognitivního myšlení.

Je nutné zdůraznit, že nelze generalizovat klima třídy při tramsmisivním vyučování jako klima strachu. Jedná se spíše o zobecnění jevu, který je možno nepřímo interpretovat z žákovských vyjádření v různých dotaznících, jelikož transmisivní vyučování stále vnímáno jako dominantní forma vyučovacího procesu. Je vhodné si uvědomit, že klima třídy, jak bude uvedeno dále, ovlivňují vzájemně nejen žáci, ale také interakce mezi učitelem a žákem (viz kapitola 4.5).

3.3 Plánování

Důležitým prvkem při učení je myslet napřed. Žáci se učí, jak vykonávat úkoly a užívat určené postupy pro dosažení stanoveného cíle. V jiných případech jim ke zvládnutí úkolu stačí znalost obecnějších postupů řešení. U starších žáků, kteří si osvojili základní dovednosti, mohou být vhodnější obecné strategie řešení.

Obecné postupy řešení shrnuje R. Fisher[10] do posloupností, které se zaměřují: *na vymezení problému (Čeho chceme dosáhnout?), shromáždění informací (Co potřebujeme vědět, abychom problém vyřešili?), vytvořit strategii (Jak můžeme problém vyřešit?), uplatnit strategii (Jak budu postupovat při řešení?), sledovat výsledky řešení (Dosáhli jsme svého cíle?). „Úspěšné řešení problémů obsahuje soustavné uplatňování posloupnosti myšlenek a činností, jinými slovy, plánování.“* Plánování můžeme pokládat za metakognitivní činnost, která se podílí na úspěšném lidském učení. Plánování činností rozděluje podle úrovní na nevědomé, specifické a strategické.

Z pohledu využití plánování v hodinách matematiky je dobré zaměřit pozornost především na strategické plánování, které počítá s možnými překážkami a s potřebou přizpůsobovat strategii při jejím praktickém uplatňování. Strategické plánování je účelné pouze za předpokladu, že odpovídá na otázku: „Co bude, jestliže…?“ Je totiž vysoce pravděpodobné, že i ty nejlépe připravené plány mohou ztroskotat. Jednou z podmínek, které mohou zajistit úspěch, je potřeba podřídit různé prvky plánování metakognitivnímu

[10] Fisher R.: Učíme děti myslet a učit se.

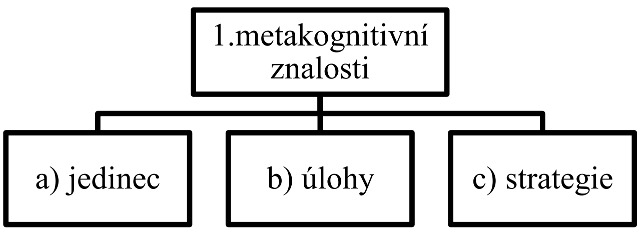
řízení. Především při řešitelských strategiích vyvstávají situace, kdy výsledek vede žáka k odpovědi nejen z hlediska posouzení relevance dosažených závěrů, ale také k zamyšlení nad případnou změnou strategie řešitelského postupu, ve které zohlední dříve užitou operaci.

Cambridge International Dictionary (1995) vymezuje strategii jako *detailní plán dosahování úspěchu v takových oblastech, jako je válka, politika, obchod, výroba nebo sport, nebo způsobilost tvoření takových plánů*[11]. V pedagogice se pojem strategie užívá v souvislosti s činností učení a vyučování, jak uvádí např. Průcha, Walterová, Mareš (1995). *„Strategie učení – Posloupnost činností při učení, promyšleně řazených tak, aby bylo možné dosáhnout učebního cíle. Pomocí ní žák rozhoduje, které dovednosti a v jakém pořadí použije. Nad různými strategiemi učení stojí styl učení, který má podobu meta-strategie učení.“*

3.4 Metakognice

Kořeny metakognice je možno najít ve vývojové a kognitivní psychologii. Někteří psychologové považují metakognici za důležitou složku inteligentního chování, která přispívá k efektivnímu učení. *Předpona meta vyjadřuje, že jde o jev nadřazený našemu poznání, který reprezentuje úroveň, z níž je organizována naše poznávací činnost, a to na základě strategií, které toto organizování umožňují*[12].

Metakognici první definuje Flavell jako znalosti vlastních kognitivních procesů a jakékoli výsledky s nimi spojené. Ve zjednodušeném modelu kognitivního monitorování je možno rozlišit metakognitivní znalosti, metakognitivní zkušenosti, cíle a úlohy, činnosti nebo strategie.



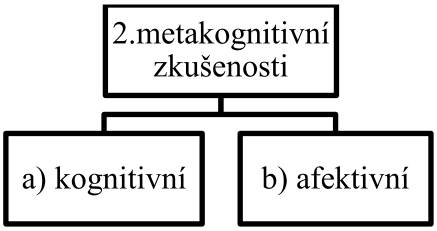
[11] detailed plan for achieving success in situations such as war, politics, business, industry or sport, or the sklil of planning for such situations

[12] Krykorková H., Chvál M. Rozvoj metakognice-cesta k hodnotnějšímu poznání. Pedagogika roč. LI,2001

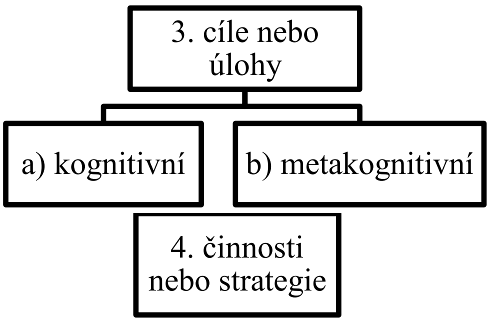
- jedinec – zahrnuje přesvědčení a individuální způsob, jakým se žák učí a faktory, které ho ovlivňují

- úlohy – proměnná vypovídá o povaze a náročnosti úloh

- strategie – představuje žákovskou znalost různých strategií a jejich vhodného použití při učení a řešení učebních úloh



Jako metakognitivní zkušenosti Flavell označuje jakoukoli kognitivní nebo afektivní zkušenost, které je doprovázena intelektuální činností. Autor dále některé z dalších metakognitivních zkušeností popisuje jako „položky“ metakognitivních znalostí, které v minulosti vstoupily do vědomí a mají možnost ovlivnit kognitivní cíle a úlohy.



Podle Krykorkové a Chvála (2001, s.185) je metakognice tvořena prostřednictvím tří konceptů:

1. *metakognitivních znalostí*
2. *metakognitivním monitorováním*
3. *metakognitivním regulováním*

Dále pak autoři specifikují další dvě složky:

a) *dispoziční – představuje metakognitivní potenciál tvořený mentálními reprezentacemi vyššího řádu*

b) *procesuální – zastupuje vstupní procesy utváření metakognice reprezentující procesy monitorování kognitivních činností a výstupné procesy představující metakognitivní kontrolu, plánování a řízení při řešení slovních úloh, problémů a poznávacích situací.*

Metakognitivní řízení se jeví jako jeden ze znaků kvalitního myšlení a učení. Žáci, kteří je ovládají, lépe korigují své myšlení, věci promýšlejí předem a berou v úvahu i možné konsekvence. Znají a uplatňují efektivní strategie, které jim mohou pomoci např. nutnost soustředit se a vědět, jaké postupy mohou zvolit, když se vyskytne problém. Žáci, kteří nemají rozvinuté metakognitivní myšlení a tyto strategie využívat neumí, reagují častěji impulzivně.

Mezi nejčastěji uváděné důvody, proč zařadit metakognici do výuky, je především kvalitativně nová úroveň sebehodnocení, protože žák je schopen uvažovat o svém vlastním poznání, což mu umožňuje hodnotit své znalosti a kompetence. Dalším důvodem je, že díky metakognitivní strategii jsou žáci schopni stanovovat si cíle již při orientačním seznámení se s učivem. Takoví žáci si dokáží vytvořit komplexní obraz toho, co je čeká, generují vhodné otázky po prostudování učiva, analyzují jednotlivé úlohy a identifikují jejich parametry.

Krykorková a Chvál[13] dále uvádí, že nácvik metakognitivních strategií spočívá v tom, že v průběhu výuky na základě vybraných strategií žáci užívají konkrétní kognitivní činnosti, které souvisí s řešením problému a slouží k fixaci metakognitivních postupů. Na tento postup navazuje diagnostická činnost učitele, která řídí, usměrňuje, vysvětluje a poskytuje zpětnou vazbu k procesu a výsledkům prováděné kognitivní činnosti žáka. Každá kognitivní činnost totiž umožňuje metakognitivní zpracování, kam patří schopnost třídit informace, schopnost nalézání podobností a rozdílů, schopnost analýzy otázek, zjišťování a uvědomování si nejasných míst, ale především hledání efektivních způsobů k objasnění postupů, využívání práce s chybou pro učení se provádět souhrn hlavních myšlenek, jejich formulaci a vysvětlení k rozlišení podstatných a nepodstatných jevů. Za nejsložitější diagnostiku je považována analýza výkonů, výsledků a výtvorů žáka. Jde totiž o složitou strukturu činností, které jsou determinovány osobnostními a sociálními faktory, vyžadující

[13] Vališová A, Kasíková H. a kol., Pedagogika pro učitele, kap. 25. Pedagogicko-psychologická diagnostika a očekávané proměny jejího pojetí.

psychologickou průpravu i důkladnou diagnostickou znalost situací. V každodenní práci učitele dochází k diagnostice, která spočívá v hledání chyb a jejich analýze, sledování jejich četnosti a hledání jejich příčin. Jak autoři uvádějí, „*chybné, ale také nadprůměrné výkony je třeba analyzovat ve všech formách jazykových projevů, v matematických výkonech, dále v kresbách i jiných grafických projevech*“.

3.5 Diskuze

Pojem diskuze má obvykle dva významy. První z nich je obecný pojem, který zahrnuje neformální situace, kdy mezi sebou lidé hovoří. Druhý význam je konkrétnější a označuje formu jisté skupinové interakce, kde se jednotliví účastníci společně vyjadřují k otázce, která se jich týká. Vyměňují si vzájemně různé názory vedeni snahou dané věci lépe porozumět. Takový druh diskuze je také nazýván „společenstvím hledání“ neboli sociální integrací.

Aby bylo možno hovořit o diskuzi, musí být splněny určité podmínky. Účastníci diskuze spolu musí navzájem hovořit, musí si naslouchat, reagovat na to, co říkají druzí, musí uvést více než jeden názor na prodiskutovávané téma a také mít v úmyslu rozvíjet své poznání, porozumění a usuzování o daném tématu. Každá diskuze musí obsahovat interakci a ve škole je možno pozorovat, jak se tyto schopnosti rozvíjejí a zdokonalují. Je možné pozorovat, že žáci spolu více mluví, pozorněji si naslouchají, více reagují na výroky druhých, uvádějí více rozdílných názorů a dokáží opravovat a zjemňovat svůj úsudek a argumentovat.

Sokratovské hledání filozofického poznání prostřednictvím otázek a přemýšlení je možno pokládat za metodu, jak se dobrat vlastních názorů, které jinak mohou zůstat skryty. Poznávání se opírá o myšlení a mluvení.

Veškerá naše úspěšnost v řešení matematického problému, nebo v rozvíjení osobního vztahu, závisí na schopnosti vytvářet vazby na interakci mezi námi a naším okolím. Pokud předkládáme nepřiměřené výzvy, vede to k nepřiměřeným odezvám, k nedostatečné schopnosti odhadovat reakce druhých a pochopit důsledky vlastních nápadů a činů. Učíme se více tím, že si klademe otázky, vyhodnocujeme, co proběhlo, co probíhá a co proběhne, pokud vytvoříme určitou situaci. Děti potřebují dostatek podnětných příležitostí nejen ke zkoumání vlastních pohledů a způsobů myšlení, ale také prostřednictvím dialogu s druhými k objevování další možností a hledisek. Prostřednictvím dialogu se svět vlastního „já“ rozšiřuje a my, jestliže je nám poskytnuta pomoc k poznání dalších způsobů myšlení, můžeme překonat egocentrismus a naše myšlení se rozvíjí. Učební rozhovor přispívá ke vzájemnému porozumění mezi oběma subjekty (žák - učitel, žák - žák) a pomáhá žákům, aby bezpečně vyjadřovali své porozumění tomu, co dělají. Součástí takového rozhovoru by měla být forma kladného kognitivního ovlivnění.

Mezi některé příklady strategií, které mohou učitelé využívat, aby vedli žáky k jasnému vyjadřování svých myšlenek v dialogu a zároveň byli zapojeni do procesu objevování, patří vymezení účelu činnosti, pobídnutí k sebereflexi, žádost o shrnutí informací, které objasní pochopení jednotlivých souvislostí. Cenným přínosem diskuze je prostor pro vytváření strategií, pro hodnocení výsledků a shrnutí celého průběhu intelektuální činnosti. Z pohledu řešení matematického problému dochází k efektivnímu vyhodnocování jednotlivých kroků, ale především ke sdílení informací, ze kterých mohou žáci nejen poznatky čerpat jako pasivní posluchači, ale jako aktivní účastníci kognitivního procesu.

3.6 Kooperativní učení

Kooperativní učení obecně zdůrazňuje, že se jedná o schopnost kooperace, která je považována za klíčovou položku hodnotové orientace a je nezbytnou součástí výbavy člověka pro jeho život. Johnson, Johnson a Holubecová (1990, s.4) definují kooperativní vyučování takto: *„Kooperace je společná práce za účelem dosažení společných cílů. V rámci kooperativních činností se snaží jedinci dopracovat k výsledkům, které jsou prospěšné jak pro ně, tak pro všechny členy skupiny... v kooperativních učebních situacích funguje pozitivní vzájemná závislost, aby studenti mohli dosáhnout svých cílů; studenti si uvědomují, že mohou dosáhnout svých cílů jedině tehdy, pokud ostatní studenti v učební skupině dosáhnou svého cíle.“*

Podle Vygotského má sociální interakce ve vzdělávání dítěte klíčovou roli. Učební potenciál dítěte se uplatní, jestliže bude ovlivňováno druhými informovanými lidmi. Těmi mohou být rodiče, sourozenci, spolužáci, kamarádi, učitelé nebo někdo jiný. Mnohé z dovedností jsou založeny na úspěchu dosaženém při spolupráci. Kvalitnějších výsledků dosáhnou žáci častěji při kooperaci s druhými ve srovnání se situací, ve které by pracovali samostatně. Děti se nejlépe učí tehdy, když mají přístup k divergentnímu jednání jiných lidí. Výhody *„výuky prostřednictvím spolužáků"* znali už Řekové a Římané. Také Jan Ámos Komenský poznamenal: *„Qui docet, discit"* (kdo učí jiné, učí sebe). Dítěti přináší spolupráce velký užitek. Díky spolupráci má mimořádnou individuální pozornost, pravidelnou a citlivou zpětnou informaci o úsilí, které při této práci vynaložilo. Děti, které se na této práci podílejí, poskytují specifické rady nebo pokyny, ale méně dbají na to, aby spolužák porozuměl souvislostem mezi jednotlivými činnostmi. Nabízí ale v učení přímou pomoc, a to pomoc kolegiální podpory.

Johnsonovi (Johnson, Johnson, Holubecová, 1990, s.22-27) vyvozují, že interakcí se svými vrstevníky si žáci osvojují takové postoje, hodnoty a dovednosti, které považují za lákavé a od dospělých by je získat nemohli. Učí se pomáhat si vzájemně, povzbuzují se, poskytují si útěchu, sdílejí společné úspěchy i neúspěchy. Vzájemná interakce je učí ovládat své impulzy a potřebu prosadit svůj názor. Učí se nahlížet na různé situace a problémy z pohledu druhých, čímž potlačují egocentrizmus; učí se podporovat vlastní nezávislost, rozhodují se sami za sebe a odpovídají za své jednání, čímž dochází také k tomu, že časem přestává jedinec spoléhat na skupinu a spoléhá více na sebe.

Kooperativní vyučování také podporuje proces socializace, který podle A. Baďury, v jedincích vyvíjí kvality podstatné pro jejich úspěšné zařazení do společnosti. (Nakonečný, 1999, s.58) Lze tedy konstatovat, že kooperativní učení je vyučovací přístup k žákům, který vyváženě podporuje získávání dovedností, přispívá k osvojování daného učiva, ale také napomáhá k dosažení komplexních výchovných cílů, podílejících se na rozvoji kompetencí, které jsou dnes považovány v globální společnosti za nutné a žádoucí.

3.7 Skupinová práce

Skupinová práce, stejně jako kooperativní vyučování, patří mezi nejdůležitější prostředky realizace cílů a učiva ve výuce. Skupinová práce patří k pokrokovým organizačním formám. Skalková[14] chápe skupinové vyučování jako *„organizační formu, kde se vytvářejí malé skupiny žáků (tří až pětičlenné), které spolupracují při řešení společného úkolu. Tato skupina je sociálním útvarem. Mezi jeho členy se rozvíjí sociální interakce. Chování jednotlivce je v něm řízeno jak společným cílem, tak chováním členů skupiny."* Základní funkce skupinové formy jsou dány propojením sociálních a kognitivních stránek rozvoje

[14] Skalková J., Obecná didaktika 1999

osobnosti žáka. Problémové úkoly poskytují produktivní učební činnost, psychickou potřebu žáků společně hledat řešení, diskutovat o jednotlivých postupech a objevovat další možné mutace řešení. Skupinová práce umožňuje procvičovat různé metody, pravidla a komunikační dovednosti. Ostýchavým nebo nejistým žákům poskytuje příležitost se aktivně zapojit do práce se svými spolužáky.

Lze konstatovat, že po několika týdnech skupinové práce se i ze žáků, kteří se jevili jako pasivní posluchači, stávají aktivní spolupracovníci i mimo práci ve skupině. Ztrácejí ostych, zjišťují, že i zkušenější spolužáci se dopouštějí chyb, a především se ujišťují o kvalitě svých vlastních poznatků, což se projevuje následně při samostatné práci těchto žáků. Všichni žáci jsou při skupinové práci více aktivizováni a lépe rozumí postupům jednotlivých činností, které skupina vytváří.

Je-li skupinová práce dobře organizována její hodnota je efektivnější, protože usnadňuje rozvoj učební činnosti, formuje schopnosti žáka pracovat na přiděleném úkolu, ale také vychovává ke kolektivnímu vědomí ke spoluzodpovědnosti za úkol, který jim byl svěřen. Žákům je poskytována příležitost k procvičování takových duševních činností, jako jsou tvořivost, hodnocení a schopnost důkladně analyzovat jednotlivé úkoly.

4 Účinné způsoby individuálního vedení

Pokud bychom se zeptali několika lidí, kde a jak se jim nejlépe učí, dostali bychom pravděpodobně různé odpovědi. Jako jednotlivci máme svůj jedinečný styl učení, který se navíc může časem měnit, a také se může lišit podle toho, co se učíme. Téměř všichni žáci potřebují někdy jistou individuální interakci s učitelem. Je to chvíle, kdy učitel věnuje soustředěnou pozornost zvláštním potřebám daného žáka. Každý žák potřebuje rozdílný druh pomoci, která mu prospívá v další práci. Cílem individuálního vedení je poskytování zvláštního druhu pomoci tvůrčího typu, jejíž šíře zahrnuje více než jen vědomosti. Zaměřuje se na rozvoj schopností, které následně umožňují aplikaci v dalších situacích. Taková pomoc může mít rozdílné podoby; může se jednat o radu, informaci nebo jen povzbuzení či ujištění o kvalitě odváděné práce.

Většina učitelů může mít obavy z poskytování individuálního vedení. Problém především učitelé vnímají v nedostatku času pro práci s jednotlivci, pokud je ve třídě větší počet žáků. Individuální vedení, ale nemusí vyžadovat mnoho času. Jedním z řešení je, že individuální vedení nemusí být zvláštní činností, ale může být součástí běžného dne. Podle myšlenek Vygotského děti rozvíjejí konkrétní poznávací dovednosti spoluprací s druhými. Děti mají vrozenou schopnost napodobovat jednotlivé činnosti. Stejně je tomu při učení. Děti pozorují činnost někoho jiného a jako „nováčci“ vykonávají jednotlivé činnosti pod dohledem „odborníka.“ Následně přebírají za svou činnost stále více odpovědnosti. Nakonec vykonávají celý úkol samostatně, ale pod dohledem. Při uplatnění takového postupu se děti učí vlastním tempem s přiměřenou pomocí a zapojují se do něj tehdy, kdy jsou toho schopny. Vygotskij tvrdí, že *„co děti dokážou vykonat s přispěním druhých, může být v určitém smyslu lepším ukazatelem jejich duševního vývoje než to, co dokáží samy.“*

Výzkumy účinných způsobů individuálního vedení, které lze aplikovat samozřejmě i v jiných situacích, zjistily, že mezi nejúčinnější strategie patří:

- soustředění na myšlenku a schopnost sledovat ji,

- vzájemné (reciproční) učení,

- shrnování (sumarizace),

- vysvětlování,

- předvádění,

- kladná zpětná vazba.

4.1 Soustředění se na myšlenku a schopnost sledovat ji

Při soustředění se snažíme zaměřit pozornost na důležité body problému. Není vhodné upozorňovat žáka, co má sledovat, nebo nad čím má přemýšlet, ale je dobré vyžadovat odpověď, na co se bude především soustředit. Soustředění a sledování takové myšlenky má pomoci zaměřit se na problém více, věnovat mu dostatek času, být pozornější a udržet pozornost tak dlouho, aby došlo k uplatnění procesu myšlení. Jako podpora motivace k soustředění se je vhodné průběžně dohlížet na tuto činnost a pobízet k pokračování v činnosti vhodným komentářem ve smyslu uvažuj, rozmysli, podívej se znovu, zkus to jinak. Nároky na jednotlivce musí být navíc uspořádány a předkládány postupně od jednoduchých ke složitějším, od konkrétních k abstraktním, od nižších úrovní myšlení k vyšším úrovním. Příklady některých otázek[15]:

- označování: Co je to? Jak se to jmenuje? Co děláš?

- uplatnění: Co se s tím dělá? K čemu to je?

- popisování: Pověz mi o tom. Co se děje? Jak to vypadá?

- výběrové vnímání: Co tam ještě vidíš? Jak vypadá tato část? V čem je problém?

- přesouvání pozornosti: Najdi mi…. Kde to vidíš? Ukaž mi, kde je….

- uvažování o vnímaném: Proč to je takové? Která část je nejdůležitější? Co chybí?

- porovnávání: Čím se tyto části navzájem podobají? Čím se od sebe liší?

- příčina a účinek: Co k tomu vedlo? Co se stane? K čemu to povede?

- předpovídání – očekávání: Co se stane potom? Co se stane když?

[15] Fisher R.: Učíme děti myslet a učit se.

- vztah prostředek – výsledek: Co můžeš udělat k dosažení cíle, k vyřešení problému? Co je zapotřebí udělat? Proč? Jak toho lze dosáhnout?

- neformální usuzování: Jak to víš? Proč jsi to myslíš? Jaké máš k tomu důvody?

- logické vztahy: Pokud..., pak...? Co z toho vyplývá?

Za jednoduchou, ale účinnou strategii, je považováno opakované čtení, kterým žák získává více informací a lépe jim porozumí. K dalším účinným strategiím patří vyprávění nebo shrnutí textu. Méně zdatní čtenáři si většinou neuvědomují, že shrnutí není o opakování jednotlivých částí, ale jde o nalezení nejdůležitějších bodů. Také si neuvědomují, že první a poslední věta v odstavci bývají většinou důležité k pochopení celého oddílu.

4.2 Shrnování

Jde o jednu ze strategií, kdy dítěti klademe otázky typu: „Co jsme dělali v poslední hodině? Jak si rozvrhneš tento úkol? Co považuješ v textu za nejdůležitější?“ Shrnování zahrnuje důležité kognitivní pochody[16]:

- hodnocení, které myšlenky jsou důležité,

- uplatnění pravidel pro zhušťování informací,

- nácvik vyjadřování klíčových myšlenek.

4.3 Předvádění

Pro část žáků je snazší, když jim učitel zprostředkuje již hotové informace, ať v podobě výkladu nebo zápisu, než aby hledali, třídili a zpracovávali informace sami. Jako účinná strategie se jeví možnost předvedení příkladu nebo vzoru postupu. Nápodoba patří obecně k hlavním prostředkům, jak se učit novým věcem. Některé výzkumy ukazují, že si děti osvojují mnohé z chování, zvyků a hodnot prostřednictvím nápodoby vzoru dospělých a vrstevníků. Předvádění v oblasti vyučování spočívá v tom, že vykonáváme činnosti, které může žák v mysli zpracovat. Příklady činností souvisejících s předváděním:

- učitel naslouchá pozorně žákům, žáci si naslouchají navzájem,
- učitel vyhodnocuje odpovědi žáků, žáci se učí hodnotit názory druhých,

[16] Fisher R.: Učíme děti myslet a učit se.

- učitel vytváří podmínky pro různorodost odpovědí, připouští a oceňuje jiné názory, žáci se učí přijímat názory druhých,
- učitel při setkání se s problémem analyzuje dosavadní postup, hledá jiné možnosti řešení, a to vše prezentuje jako „myšlení nahlas“, žáci se učí věci promýšlet,
- učitel svým zaujetím objevování nového vytváří prostředí pro žáky, kteří je sdílejí, aktivně se zapojují a kladou otázky.

Individuální vedení žáků je soubor strategií, které napomáhají k učení a mohou žáky ochránit před zmatením. Naopak, mohou napomoci k vytvoření podmínek pro tzv. „kognitivní učení“. To je charakterizováno nastavením optimálních nároků, nastavením smysluplných souvislostí, soustředění, sledování myšlenek. Úspěch nezávisí až tak na zvolené metodě, ale na celém souboru jednotlivostí, které vedou od pochopení izolovaných modelů až ke krystalizaci poznatků.

4.4 Sebehodnocení

Jedním z dalších důležitých činitelů, který vede k úspěchu nebo neúspěchu, a můžeme jej tedy právem považovat za účinný nástroj, je sebehodnocení (sebeocenění). Pokud si totiž žáci v sobě vypěstují pocit nedostatečnosti a budou neustále zakoušet pouze neúspěch, pak se změní pocit jejich hodnoty vlastní osobnosti v naučenou bezmocnost. Sebeúcta je vnitřní vědění, že jsme dobří, známe svou cenu a znají ji i ostatní. Je to respekt k vlastní osobě, vědomí, kdo jsme a co dokážeme. Různé výzkumy neustále ukazují na spojitost mezi sebeúctou a výkonem ve čtení, psaní, matematice a dalších předmětech. Proto je pro učitele důležité uvědomit si, že učení zaměřené pouze na výkon, aniž by bylo zohledňováno budování sebevědomí, je pouze polovičaté vzdělávání. Je však nutné zdůraznit, že sebevědomí samo o sobě není dostačujícím prostředkem či podmínkou, k zaručí úspěchu jednotlivce, protože jednostranně budované sebevědomí může vést až k nekritickému sebeuspokojení.

Od raného věku se u dětí vytváří postoj k učení. Pokud se od dětství daří rodičům budovat ve svých dětech schopnost zvládání jednotlivých úkolů a také pocit, že ví jak na ně, pak se v těchto dětech vytvoří model, kdy jsou orientované na zvládání určitých úkolů, jsou zvídavé, chtějí se učit novým věcem a umí se vyrovnávat s případnými neúspěchy, které považují za přirozenou „překážku“ v cestě k cíli.

V literatuře[17] můžeme najít rozdíly – znaky, které identifikují naučenou bezmoc a orientaci na zvládání úkolů (viz tabulka 2).

Tabulka 2

Orientace na zvládání	**Naučená bezmoc**
Ochotně se pouští do náročných úkolů.	Není ochoten se vyrovnávat s náročnými úkoly.
Vnímá problém jako výzvu.	Vnímá problémy jako "zkoušky" svých schopností.
Přijímá neúspěch bez výmluv.	Pohotově nabízí omluvy pro své neúspěchy.
Je přizpůsobivý, zkouší věci jinak.	Je rigidní a lehce se vzdává.
Je motivován samotným učením.	Při učení mu jde především o chválu.
Chce dosáhnout učebních cílů.	Chce udělat dobrý dojem.
Své schopnosti hodnotí pozitivně.	Sám sebe hodnotí negativně.
Má pozitivní postoj k učení.	Má negativní postoj k učení.

(Fisher R. 2011)

Tyto schopnosti lze účinně rozvíjet tehdy, když budeme žákům předkládat přiměřené úkoly, budeme hodnotit, co se naučili, vyvodíme z jejich závěrů poučení, a především stanovíme cíle do budoucna. Děti potřebují kromě sebedůvěry také objektivně ohodnotit své silné stránky a slabiny. Výzkumy prokazují, že inteligenci lze stále rozvíjet. Stejný autor doporučuje způsoby, jak lze děti učit, a přitom rozvíjet jejich sebevědomí a orientaci na zvládání:

- **personalizace učení:** *„Ukazování souvislostí učení s osobními zájmy, myšlenkami a představami, rozvíjení pocitu osobní odpovědnosti, podmínky, aby žáci mohli své pokroky v učení považovat za výsledek vlastního úsilí. O to se v optimální míře pokouší tzv. výuka zaměřená na žáka. Chápou moji žáci, čím je důležité téma, kterému se právě učí, pro jejich život?“*

- **hodnocení úspěchu:** *„Soustředění se na oblasti, v nichž jsou děti úspěšné. Pomoc k poznání, v čem a jak se mohou zlepšit tím, že zjistíme, zaznamenáme a sdělíme jim jejich*

[17] Fisher R., Učíme děti myslet a učit se.

výkony v učení samém i ve snaze o ně. Zamýšlejí se moji žáci nad svými pokroky, nad vynaloženým úsilím a volí si podle toho cíle do budoucna?"

- **sebehodnocení:** *„Podpora sebeřízení, které napomáhá k lepšímu ovládnutí průběhu učení a k rozvoji vhledu do vlastního myšlení a učení. Mají moji žáci příležitost zamyslet se nad svými učebními strategiemi a nad svými výkony?"*

Pokud pomůžeme žákům hodnotit průběh a výsledky jejich učení, posílíme budování jejich sebedůvěry a uvědomování si vlastností procesu učení. Všechny uvedené dovednosti budou rozvíjet i mnohé metakognitivní nástroje, které mají v tomto procesu nezastupitelnou roli.

4.5 Klima třídy

*„Sociální klima třídy se vytváří jako souhrn dlouhodobých a typických jevů spjatých s danou třídou…" (*Dítě, škola a matematika, Hejný, Kuřina, Portál 2015)

Klima třídy bývá označováno jako jev psychologický nebo psychosociální. J. Průcha definuje klima třídy takto: *„cosi nehmatatelného, ale silně jednotlivci pociťovaného".* (Průcha 2002, s.333) Klima třídy se velmi často odvíjí i od klimatu školy. Mareš uvádí, že *„klima školy je produktem specifické sociální skupiny, která má společnou historii a do určité míry hodnoty a normy"* (Mareš 2005, s.61) Čapek definuje klima školy jako: *„souhrn subjektivních hodnocení a sebehodnocení účastníků vzdělávání v dané škole, který se týká všech aspektů vzdělávání. Patří do něho jejich vzájemná komunikace a sociální vazby, stejně tak jejich vnímání prostředí, prožitky a emoce a další sociální a psychické procesy, které děje na této škole vyvolávají"* (Čapek 2010, s.134)

Tato definice nejlépe vystihuje prostředí, které ovlivňuje významně vzdělávací proces nejen ve škole, ale především v jednotlivých třídách. Postihuje důležité aspekty, které ovlivňují úspěch žáka a v případě neúspěchu mu pomáhají efektivně pracovat na odhalení způsobů pro dosažení stanoveného cíle. Především oblasti vzájemné komunikace, prožitků a emocí zásadně ovlivňují výkon žáka a motivují jej k další práci.

V této části práce se nelze věnovat všem oblastem, které ovlivňují klima třídy, ale zaměří se pouze na ty, které mohou přímo ovlivňovat samotnou práci žáků.

Autoři Mareš a Křivohlavý (1995, s.147) uvádí termín atmosféra**,** který se vyznačuje velkou proměnlivostí a krátkodobým trváním. Atmosféra je podmíněna momentální situací, která se mění v řádu jednotlivých vyučovacích hodin či kratších časových úseků. Psychosociální klima školní třídy ovlivňuje skupinu a jednotlivce dlouhodobě. Mezi aktéry patří žáci, ale i učitelé, kteří v dané třídě působí.

V odborné literatuře se setkáváme s různým pojetím složek klasifikace, které se snaží vytvořit určitý hierarchický systém klimatu třídy a školy. Podle autorů[18] je důležité vytvořit takové psychologické prostředí, ve kterém probíhá vzájemný respekt účastníků, spolupráce, možnost vzájemného spolehnutí se, vzájemná podpora a pomoc, otevřenost v jednání, potěšení a radost ze sdíleného společenství. Je také důležité, aby žáci byli zapojeni do společné tvorby plánů, diagnostiky vlastních potřeb, definování cílů učení, návrhů postupů při učení, hodnocení průběhu výsledků vlastního učení. Učitelé by měli přispívat k tvorbě klimatu poskytováním pomoci žákům při uskutečňování navržených postupů učení.

M. Havlínová, která se věnuje problematice školního prostředí, uvádí v knize Program podpory zdraví ve škole termín školní mikroprostředí**.** Ze tří uvedených složek – věcné prostředí, organizační prostředí a sociální prostředí je z hlediska této práce nejdůležitější sociální prostředí. Havlínová v této oblasti zdůrazňuje, že ve vzájemné komunikaci učitel - žák se projevuje generační rozdíl, osobnostní vlastnosti (charakter, temperament), zkušenosti jedince, ale především fakt, že skupina učitelů a žáků jsou nositeli rozlišných školních rolí. To ovlivňuje právě psychosociální prostředí a budování vztahů mezi oběma skupinami. (Havlínová 1998, s. 80-119) V publikaci „Jak měnit a rozvíjet vlastní školu?“ (1994, s. 30-31) uvádí, že změna komunikace mezi žákem a učitelem, mezi žáky navzájem, vede ke změnám, které napomáhají odbourat přirozenou nedůvěru, absolutní autoritu, pocit neomylnosti učitele a vede k vytvoření spolupráce, partnerství a vzájemné pomoci.

Podle odborníků zabývajících se podrobně klimatem třídy, existují rozdílné názory na to, kdo má hlavní podíl na vytváření klimatu. Někteří jsou přesvědčeni, že hlavní podíl mají žáci a jiní uvádí, že hlavním tvůrcem klimatu je učitel. H. Vykopalová např. uvádí: *„Utváření optimálního sociálního klimatu je základní úlohou učitele. Žáci jsou aktivní nebo pasivní účastníci utváření sociálního klimatu třídy, jsou sociálním klimatem ovlivňováni, ale i oni sami jej svým chováním utvářejí, formují.“* (Vykopalová 1992, s. 6)

[18] Čáp J., Mareš J., Psychologie pro učitele. 2001 s. 568-569

Každý učitel svým způsobem komunikace vytváří komunikační klima, které je odrazem jeho specifické interakce. Ta může žáky motivovat a povzbuzovat v jejich výkonech, nebo může naopak demotivovat a vést ke strachu a pasivnímu postoji. Také záleží na tom, jaká převažuje forma vyučovacího stylu, zda transmisivní či konstruktivistická. Samotný styl vyučovacího procesu ve své podstatě totiž utváří v dané skupině příslušné klima a je určující pro styl komunikace. J. Lašek[19] (2001) v této souvislosti uvádí dva typy komunikačního klimatu:

- komunikační klima suportivní (vstřícné), kdy se jeho účastníci navzájem respektují, komunikují mezi sebou a své názory sdělují otevřeně a jasně,
- komunikační klima defenzivní (obranné), kdy účastníci spolu soupeří, vzájemně se neposlouchají a své názory a pocity skrývají.

Podle autorů Hejný, Kuřina[20] (2015, s. 188) je klima třídy ovlivněno:

- strachem z neúspěchu,

- obavou z nenormálních sociálních vztahů ve třídě,

- hrůzou z množství nepoužitelného balastu, který má žák zvládnout.

„Klima třídy je tedy utvářeno i tím, jaké cíle si škola klade a jaké metody k jejich naplnění volí. Abstraktní a příliš vysoké naukové cíle, které jsou nedostupné pro řadu žáků, vedou k formálním přístupům k učivu, nemotivují ani učitele, ani žáky k tvořivé aktivitě.“ Je proto vhodné se zaměřit na způsob, jakým tvořivé a příznivé klima vybudovat, na umění vidět, umění počítat, konstruovat, argumentovat a dokazovat.

4.6 Pohled na chybu

Pedagogické přesvědčení si učitel utváří na základě vlastních zkušeností již od doby, kdy byl sám žákem a formuje jej v prvních letech svého pedagogického působení. Má-li vzdělávací proces charakter procesu poznávacího, pak chyba je jeho přirozeným projevem. Chyba žáka, učitele, člověka může být považována za výsledek určitého psychologického procesu. *„Každý psychologický proces, ať ústí v pravdu nebo v omyl, je nutný a zákonitý.“*

[19] Lašek J., Sociálně psychologické klima školních tříd a školy. 2001

[20] Hejný M., Kuřina F., Dítě, škola a matematika. 2015

(Čapek,1925, s. 38) Každá chyba má své příčiny a poučit se z chyby znamená tyto příčiny hledat. Chyba žáka pomáhá učiteli odhalit, jak žák přemýšlí, jakou kvalitu má jeho myšlení a jaké jsou jeho představy. Chyba by tedy měla být vnímána jako skutečný diagnostický nástroj, který umožňuje vybrat vhodnou formu reedukace „ušitou na míru“ danému jednotlivci.

Ve studijním materiálu[21] Hejný, Jirotková, Kratochvílová, uvádějí k pohledu na chybu dvě myšlenky V. Hejného. V první je uvedeno, že úspěch povzbudí. Motivační sílu žákova úspěchu posilní učitel tím, že s ním jeho radost spoluprožívá. Chyba nemusí odradit. Chyba může a měla by být pro žáka užitečnou zkušeností, ponaučením. Úlohou učitele je pomoci žákovi z chyb se poučit. Vést žáka k tomu, učit se z chyb. Učitel, který žáka za chybu kárá, mu to znesnadňuje. Druhá z myšlenek uvádí, že bojí-li se žák své chyby, povzbudí jej učitel vlastním příkladem, ukáže, jak on chyboval a jak pak hledal příčinu svého omylu. Kdykoli je učitel žákem upozorněn na chybu, poděkuje za opravu a žáka odmění vhodnou formou pochvaly. Autoři následně doplňují uvedenou myšlenku poznáním. Ještě silněji na žáky působí, když učitel svoji chybu, na kterou byl žáky upozorněn, nebo kterou sám objevil, před žáky hlasitě analyzuje. Žáci vidí, jak se lze k chybě postavit, a tento příklad je přitahuje a usměrňuje. Dále materiál nabízí možnosti změny přístupu k vnímání chyby jako výzvu k rozvoji, rozeznání kořenů toho, proč se v naší kultuře chyby bojíme, poznaní bližší typologie chyb, které se nejčastěji vyskytují v matematickém myšlení našich žáků, nalezení cest, jimiž lze pomáhat žákům při odstraňování chybných představ a stereotypů.

[21] Hejný M., Jirotková D., Kratochvílová J., Práce s chybou jako strategie rozvoje klíčových kompetencí žáka, č. projektu: CZ.04.3.07/3.1.01.1/0137

5 Otázky

Kdo se hodně ptá, hodně se dozví a bude uspokojen, říká jedno staré přísloví. Otázky patří v dětském věku k nejčastějším způsobům komunikace. Podle studie (Tizard a Hughes, 1984) bylo zjištěno, že čtyřleté děti hovořily se svými matkami průměrně dvacetsedmkrát za hodinu, přičemž se s nimi v každém rozhovoru vystřídaly v průměru šestnáctkrát. Polovinu z těchto rozhovorů zahájily děti; ty pokládaly za hodinu v průměru asi 26 otázek. Po nástupu do školy množství rozhovorů kleslo na 10 za hodinu a v jednotlivých promluvách se vystřídaly asi osmkrát. Tato studie také ukázala, že děti ve škole, kromě toho, že mluví méně než doma, kladou také méně otázek, žádají méně informací, užívají jednodušší věty. Zažívají méně „epizod zvídavosti." Namísto mluvení „s" dětmi, mluví se „na" děti. Tato změna mezi domácím a školním prostředím může vést k oslabení zájmu a vzdělávací „ztrátě." Takový způsob komunikace, styl užívání otázek, může ovlivňovat dětské učení jak krátkodobě, tak i z dlouhodobého hlediska. Přitom otázky mají „provokovat" rozumovou činnost a mají podněcovat k přemýšlení. Je však důležité, aby kladené otázky nebyly neproduktivní, příliš ohraničené a uzavřené. Aby otázky splňovaly účel, měly by postupovat od jednoduchých dotazů, vyžadujících znalost a vybavení, k otázkám vyžadujícím porozumění a vysvětlení a následnou aplikaci. Jde tedy o postup otázek „Co?" a „Jak" k otázkám „Proč?" a „K čemu?". Dobrá otázka vyvolává neklid v mysli. Provokuje myšlení, hledání vysvětlení. Jsou produktivní, protože vyvářejí něco nového. Dobrá otázka je to, co J. Bruner[22] nazývá „lešením" pro nové učení.

Problematikou kladení otázek v kontextu výuky se zabýval např. také Gavora[23], Kolář a Šikulová[24]. Autoři rozlišují otázky znalostní, otázky na porozumění, aplikaci, analýzu a syntézu a otázky evaluační. Otázky znalostní např. směřují k vybavení konkrétního pojmu, pravidla, která si žák zapamatoval. Většina takových otázek začíná slovy kdo, kde, jak, co a kolik, zatímco otázky zaměřené na porozumění podněcují žáka k vysvětlení a argumentaci. Na základě takto položených otázek žák prokazuje, jak rozumí obsahu a souvislostem mezi jevy a jak dokáže odlišit podstatné od nepodstatného. Nejčastější typ

---

[22] Bruner, J.S. Vzdělávací proces. Praha 1965

[23] Gavora, P. Učitel a žáci v komunikaci. 2005

[24] Kolář Z., Šikulová R. Vyučování jako dialog. 2007

těchto otázek začíná slovy, z jakého důvodu …, co je příčinou, jak vysvětlíš, jak rozumíš. Otázky na aplikaci sledují, jak žák dokáže použít v konkrétních situacích své vědomosti, pravidla, metody, postupy, a především propojují teorií s praxí. Typické jsou např. otázky, Jaké jsou další příklady…? Co bys dělal v podobné situaci…? K čemu slouží…? Otázky na analýzu podněcují k hledání vztahů mezi prvky a jevy v komplexní situaci. V odpovědích žák dokáže analyzovat jednotlivé prvky a najít mezi nimi vztahy. Příklady otázek: Podle jakého kritéria byly rozděleny…? Podle čeho byly uspořádány…? Můžeš blíže vysvětlit…? Chceme-li zjistit, zda žák dokáže vytvořit plán a postup řešení, zda dokáže vyvozovat konkrétní závěry, můžeme pokládat otázky vyžadující syntézu. Tento typ otázek obsahuje slova vyjadřující domněnku, podmínku nebo předpoklad. Zde můžeme zařadit např. otázky typu Co by se stalo, kdyby…? Jak by to mohlo pokračovat dále? Co by se změnilo, kdyby…? Otázky evaluační pak směřují k dovednostem posoudit a vyjádřit své myšlenky, poznatky. Učí žáka hledat kritéria pro hodnocení různých jevů. Mezi uvozující typy takových otázek patří slova ověř, doporuč, posuď, rozhodni.

Otázky ve vyučování mají především funkci stimulační, aktivizační a usměrňovací především v oblasti žákovského myšlení. Takovými otázkami se učitel většinou od žáka snaží získat vysvětlení nebo upřesnění jeho myšlenkového procesu. Jde o situace, kdy učitel například zjišťuje hloubku poznatků, nebo se snaží zjistit, proč se žák dopustil chyby. Takové otázky, a především reakce žáků, by měly vést k pozitivnímu hodnocení ze strany učitele a dalšímu rozvoji žáka. Efektivní užívání těchto otázek může nastat ovšem za předpokladu, že frekvence položených otázek je přiměřená. Z pohledu učitele mají otázky také funkci informativní. Učitel získává jejich prostřednictvím zpětnou vazbu o způsobu a kvalitě probrané látky, přičemž taková kritéria si určuje učitel sám. Ze žákovských odpovědí pak může stanovit způsoby účinné a přiměřené dopomoci jednotlivým žákům.

5.1 Otázky kladené učitelem

Dotazování tvoří podstatnou část komunikace při vyučování. Podle Mareše a Křivohlavého (1995) patří mezi učiteli k oblastem tradičním, které nejsou považovány učiteli za problematické. Pokud vyučující kladou otázky, nepovažují tuto dovednost za činnost, která má velký význam.

Podle výzkumů, které proběhly (Pstružinová 1992), je však zřejmý opak, co se týká kvality kladených otázek. Podle autorky vysoká frekvence otázek během vyučovací hodiny vede k jejich malé funkčnosti a také nedovoluje „kvalitnější" odpovědi žáků. Lze tedy říci, že vysoká frekvence kladení otázek snižuje efektivitu výukové komunikace. Časový nátlak, vzhledem k vysoké frekvenci, také negativně ovlivňuje možnosti pro vlastní vyjádření žáků, a tím vytváří příliš náročné situace pro žáky, kteří jsou nejistí a úzkostní.

Míru náročnosti této činnosti naznačuje T. Kerry (1982). Upozorňuje na dovednosti, které je nutné zvládat, aby položené otázky byly efektivní:

- klást otázky složitosti obsahu a formulací přizpůsobené schopnostem žáků,
- volit různé druhy otázek pro aktivizaci celé třídy,
- pozitivně využívat odpovědi žáků,
- správně pracovat s pauzami mezi jednotlivými otázkami,
- postupovat od jednoduchých otázek k náročnějším,
- vhodně zapojit písemné otázky.

Další z autorů, R. Fisher (2004) uvádí několik typů otázek, které lze rozdělit do dvou oblastí. Neproduktivní otázky typu hloupé otázky, které zprimitivňují něco, co je citově či rozumově složité. Složité otázky jsou příliš rozsáhlé nebo abstraktní. Ohraničené a úzké otázky jsou typy otázek, kdy žáci hledají odpověď na to „co si učitel myslí". Za dobré otázky můžeme považovat otázky, které jsou produktivní, protože vytvářejí něco nového. Podle autora některé výzkumy ukazují, že učitelé pokládají příliš mnoho otázek, převážně uzavřených. U dětí můžeme dosáhnout lepších výsledků, budeme-li dávat méně otázek, ale kvalitnějších. Dvě nebo tři promyšlené otázky jsou efektivnější než deset nepromyšlených. S menším množstvím otázek je větší příležitost poskytnout žákům delší čas na přemýšlení, což vede k „lepším" odpovědím. Je dobré nespěchat s hodnocením jednotlivých výroků a povzbuzovat i žáky k tomu, aby sami kladli otázky. Schopnost ptát se je totiž jedním z klíčových faktorů úspěšného učení.

Každý učitel by se měl zamyslet nad tím, jak efektivně využívá otázky při vyučování, především by se mohlo jednat o otázky:

- kdo ve třídě mluví a kdo myslí?
- poskytuji na myšlení dostatek času?
- pomáhám žákům v mluvení a myšlení? Jak?

Žáci potřebují odlišné druhy podnětů. Strategie podporující myšlení a mluvení totiž zahrnuje odmlku, vybídnutí a pochvalu. Odmlčení znamená poskytnout čas na myšlení a vyjádření názoru nebo myšlenky. Vybídnutím poskytujeme žákovi verbální povzbuzení a sdělujeme, že jeho odpovědi rozumíme. Některým žákům stačí nonverbální reakce, například pohledem, výrazem obličeje, gestem apod. Pochvala pak poskytuje kladnou zpětnou vazbu. Navíc takový projev povzbuzuje ostatní, kteří mohou váhat, odměňuje ty, kteří jdou „s kůží na trh“ a oceňuje každý opravdový příspěvek a poznatek.

Podle autorů Petlák, Komora (2003), mají otázky funkci organizační, vzdělávací a výchovnou. Maňák a Švec (2003) uvádějí, že otázky ve vyučování mají především cíl žáky něčemu naučit. Otázky kladené při vyučování mají plnit funkci impulzu, jsou podnětem k přemýšlení, učební aktivitě a projevení postoje. Kasíková, Vališová a kol. (2007) uvádějí, že při tvoření otázek musí být respektovány následující požadavky:

- správnost, přesnost, jednoznačnost formulované otázky,
- srozumitelnost otázky pro posluchače,
- funkce aktivizace a motivace posluchače,
- vyloučení nefunkčních otázek,
- dodržení logické a tematické linie,
- naplnění funkčnosti a smysluplnosti.

Mezi alternativy, které může učitel využít při práci s otázkami, je zařazení tzv. „myšlení nahlas.“ Jde o způsob hlasitého přemýšlení, kdy otázky, které jednotlivce napadají říká nahlas. Je vhodné, aby tzv. „myšlení nahlas“ předváděl sám učitel a tím povzbuzoval žáky k podobnému způsobu myšlení. Mezi otázky tohoto typu můžeme zařadit:

- jak bych mohl postupovat jinak?
- s jakým problémem se potýkám?
- co mohu udělat jinak?
- jaké mi chybí informace?
- v čem je úskalí takového řešení?

Jestliže si děti samy určí, co chtějí vědět, pak takové otázky jsou velmi cenné a informace, které tak získají, pro ně mají vyšší hodnotu a lépe si je i zapamatují.

Cílené zaměření se na jednotlivé výše uvedené oblasti může vést k naplnění cílů, které by měl mít na paměti každý učitel, který vyučuje matematiku, a které uvádí Hejný a Michalcová.[25] Jako základní řadí tyto čtyři cíle:

- osobnostní růst žáka - cílem matematiky není jen vzdělávat, ale i vychovávat žáka, přispívat k formování jeho osobnosti, k jeho hodnotovému systému, k jeho vztahu ke společnosti, k jeho citovému, kulturnímu i občanskému vyzrávání.
- schopnosti - cílem vyučování matematice jsou nejen znalosti žáka, ale především, rozvoj matematických schopností jako integrální části rozumového růstu žáka.
- znalosti - cílem vyučovaní matematice je připravit žáka na to, aby měl trvalé znalosti a aby je uměl použít nejen při řešení běžných matematických úloh, ale i v životě.
- výkon - cílem vyučování matematice je připravit žáka na to, aby uspěl u zkoušek, především u těch, které mají pro jeho život zásadní význam.

Tyto cíle jsou hierarchicky seřazeny. Mělo by být povinností každého učitele se s uvedenými cíli nejen seznámit, ale především je porovnat s vlastními cíli, které si stanovuje pro vyučování matematice, jak dílčí, tak komplexní.

[25] Hejný M, Michalcová, Skúmanie matematického riešiteľského postupu, Metodické centrum, Bratislava

6 Procesy řešení slovních úloh

Z pohledu procesu řešení slovní úlohy je nutné si uvědomit jednotlivé fáze řešitelského postupu, který začíná čtením textu, což např. R.J. Sternberg (2002, s. 375) chápe jako druh mentální reprezentace, obsahující hlavní prvky textu tak, že je snadno pochopitelný, nebo jednodušší a konkrétnější, než je text sám o sobě. U žáka tak vzniká určitá představa popsané situace, která mu může pomoci při řešení. Také autoři Hershkovitz, Nesher (2001, s. 145) popisují řešení slovní úlohy tak, že začíná čtením zadaného textu. Procesy, vztahující se ke čtení jsou spojené s porozuměním textu i objevením formálního matematického modelu. Porozumění tedy znamená vytvoření reprezentativního modelu textových informací.

6.1 Etapy řešitelského procesu

M. Hejný (2005, s. 21) uvádí pojem „*uchopování úlohy“ takto:*

„*Uchopováním úlohy nazýváme proces, který probíhá ve vědomí řešitele při vnímání textu úlohy. Začíná okamžikem, kdy žák začne úlohu číst a končí okamžikem, když žák úlohu interpretuje – ujasní si, co je jeho cílem, co chce dosáhnout. Někdy se řešitel k textu úlohy vrací, aby si upřesnil, co prvně neviděl jasně, nebo aby vyhledal jinou interpretaci, aby úlohu reinterpretoval.“*

Podle G. Pólyi (1990, s. 5-6), je možno rozdělit řešení procesu slovních úloh do čtyř fází, které zahrnují v prvé řadě porozumění problému a zjištění, co je vyžadováno. Následuje uvědomění si, jak jsou různé objekty propojené, jak neznámá souvisí s uvedenými informacemi, protože tyto napomáhají se získáním představy o řešení a díky tomu si řešitel vytvoří plán. Třetím krokem je realizace plánu, která vede ke kontrole řešení, posouzení a diskuzi.

Oblast strategie podle Polyi rozpracoval také P. Krupka (1997). Důkladně se zabýval otázkou evidence a zkoumáním toho, co nazývá „vnořený problém“. Krupka pracuje rovněž se čtyřmi oblastmi, které seskupil jako úroveň uchopení situace, úroveň získání vhledu, úroveň hledání a stanovení strategie a úroveň realizace výpočtu a interpretace výsledku. Úroveň uchopení situace je možno interpretovat tak, že řešitel rozumí textu úlohy. To však neznamená, že je schopen už úlohu řešit, ani to, že slovům a výrazům v textu úlohy přesně rozumí. Chápe ale hlavní myšlenku, umí ji vyjádřit vlastními slovy,

umí ji vysvětlit někomu jinému a umí si ji stručně zapsat, nebo graficky zaznamenat. Je nutno zdůraznit, že přesná reprodukce znění úlohy neznamená, že úlohu plně uchopil. Mluvíme-li o tom, že žák získal úplný vhled do situace úlohy, znamená to, že žák důkladně rozumí všem objektům a znakům textu i vztahům mezi jednotlivými objekty. Mít vhled do situace tedy znamená něco více než porozumět textu úlohy. Znamená to být schopen úlohu řešit, ale také kontext vysvětlit. Pokud hovoříme o interpretaci výsledku, pak se jedná o schopnost jasně interpretovat získaný výsledek řešení. Nedokáže-li žák jasně vyjádřit odpověď, pak jeho řešení chybí interpretace řešení. Ta může být způsobena žákovou nepozorností, nebo nedostatkem vhledu do situace. Především druhý důvod je z hlediska didaktiky významný, protože může u žáka naznačovat pouze formální poznatek. Takový formální poznatek se především může projevit tak, že žák dospěje při řešení slovní úlohy k naprosto nesmyslné odpovědi. Např. „V obchodě jsem zaplatil mínus 15 korun."
J. Novotná (2000, str.21) uvádí tři etapy řešitelského procesu v následujících krocích:

1. Etapa uchopování, která zahrnuje:

- uchopování všech objektů a vztahů a identifikaci těch, které se týkají řešení situace a eliminace těch, které jsou „navíc"

- hledání a nalezení všech vztahů, které se týkají řešitelského procesu

- hledání a nalezení sjednocujícího pohledu

- získání celkového vhledu do struktury problému

2. Etapa transformace odhalených vztahů do jazyka matematiky a vyřešení odpovídajícího matematického problému

3. Etapa návratu do kontextu zadání úlohy

F. Kuřina (1989) poukazuje na dvě možnosti řešení slovních úloh:
1. Provedení experimentu v realitě

2. Modelování úlohy způsobem, který umožní získat požadované odpovědi. Představený model má prokazatelně vyjádřit uvedenou reálnou situaci a úlohu matematizuje způsobem,

který umožní jednodušší řešení. Získané modely rozděluje na další skupiny. Mezi nejdůležitější můžeme zařadit:

- činnostní modely (nejčastěji využívány na prvním stupni ZŠ),
- ikonické modely (obrázky, názorné vyjádření textu, schémata),

-symbolické modely (popis reálné situace pomocí zavedených symbolů, rovnice, nerovnice).

Autoři uvádějí v kapitole 2. Slovní úlohy jako kritické místo matematiky 1. stupně základní školy[26] vymezení, fáze řešení a typologii zadaných úloh. Za důležité považují uvést řešitelské postupy, o kterých se zmiňují: *„Řešení slovní úlohy probíhá v několika fázích, které různí autoři rozpracovávají do různého stupně podrobnosti.“* Pro účely výzkumu si autoři definovali čtyři fáze.

1. Žák úlohu vnitřně přijme (je ochoten úlohu řešit)
2. Snaží se úlohu pochopit (uvědomuje si, co je dáno a co se hledá)
3. Matematizace úlohy, kdy žák formuluje úlohu v jazyce matematiky (aritmetizace, algebraizace, znázornění)
4. Řešení úlohy a ověření výsledku pomocí sémantické zkoušky a v kontextu reality

U řešení úloh na 1. stupni autoři rozlišují dělení elementárních aditivních slovních úloh takto:

- úlohy na změnu stavu v čase (obsahují dynamickou situaci)
- úlohy na součet množství (obsahují statickou situaci)
- porovnávací úlohy
- úlohy na změnu stavu i porovnávací úlohy

Dále je pozornost zaměřena na úlohy obsahující jednokrokové úlohy na násobení, kde se třídí jednotlivé úlohy na:

- *n*tý násobek množství
- kombinatorické násobení
- násobení operátorů
- násobení ve vzorci

[26] Vondrová N., Rendl M., Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků, Karolinum 2015

Další charakteristikou, která pro třídění slovních úloh byla ve výzkumu zohledněna, je tzv. sémantické ukotvení čísla, které bylo rozpracováno Hejným. V tomto případě může číslo vystupovat nebo být reprezentováno různými modely. Mezi tři základní kategorie patří:

- číslo jako kvantita (7 minut, 18 jablek)
- číslo jako identifikátor (tramvaj číslo 15)
- číslo jako symbol (číslo 4)

Nejpodstatnější skupinou, i z hlediska vyučování matematice, je ukotvení čísla jako kvantity. Stav můžeme rozlišovat jako počet a veličinu, kdy počet je kvantita, kterou můžeme měřit na kusy a veličinou můžeme nazvat to, co měříme na základě dané jednotky. Číslo jako operátor popisuje vztah dvou stavů a v případě, že se jedná o stavy rozdílné, mluvíme o operátoru porovnávání. Tyto pak můžeme dále rozdělit na operátory aditivní a multiplikativní. Operátor změny pak bývá většinou spojen se slovesem. Tyto okolnosti mají v řešení slovních úloh významný vliv na obtížnost jednotlivých úloh.

Některé problematické oblasti při řešení slovních úloh zdůvodňují autoři[27] tím, že žáci mají naučeny určité postupy řešení, které pak aplikují na předkládané úlohy. Pokud byly žákům překládány úlohy, které nebylo možno vyřešit, přesto se o jejich řešení žáci pokoušeli. Tito autoři došli k závěru, že čím starší žáci, tím hůře úlohu řešili. Autoři Greer, Verschaffel a Corte (2002) tento jev označili jako „word problem game“, který zahrnuje přesvědčení žáků a učitelů týkající se účelu slovních úloh, jejich předpokládané struktury a komplexní síť pravidel a očekávání, že pokud je úloha zadána v matematice, tak bude mít řešení. V jiném výzkumu (Palm, 2008), ve kterém byly použity „autentické slovní úlohy“ se ukazuje, že příčina nerealistických odpovědí spočívala v povrchních řešitelských strategiích, které se zaměřovaly více na čísla v úloze než na pečlivou analýzu textu a také přesvědčení týkající se matematických úloh, že všechny úlohy mají řešení.

V této souvislosti je vhodné podívat se na smysl slovních úloh z několika pohledů. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání[28] ve slovním spojení „slovní úlohy“ uvádí pouze souvislost s nestandardními aplikačními úlohami a problémy takto: „*Žák řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé*

[27] Rendl M., Vondrová N. a kol., Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů, Praha 2013

[28] http://www.msmt.cz/file/41216/

na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky.“ Hejný (2014) považuje slovní úlohy za diagnostický nástroj. Porozumění jednotlivým operacím především znamená že:
- rozumí smyslu operace (spolehlivě vyřeší základní slovní úlohu)
- pomocí dramatizace, manipulace nebo obrázku spolehlivě uchopí úlohu s antisignálem
- vytvoří dobrou slovní úlohu, jejíž matematický model je dán

Hejný[29] uvádí 6 parametrů, které bylo možno pozorovat u žáků, kteří řešili slovní úlohy, a tyto parametry sloužily k diagnostice formalizmu.

1. Přijetí úlohy žákem – vstřícnost k úloze; odmítnutí z důvodu neporozumění úloze; odmítnutí z jiného důvodu („otravné úlohy neřeším“).

2. Uchopení úlohy – s (částečným) porozuměním; posouvá znění úlohy; mění znění úlohy.

3. Práce s chybou, jestliže se tato v řešení objevila – odhalil a opravil; odhalil a snažil se opravit (uspěl/neuspěl, uspěl částečně); odhalil a změnil strategii řešení; odhalil a na opravu rezignoval; neodhalil, ale zjistil, že řešení je chybné, a změnil strategii řešení; neodhalil, ale zjistil, že řešení je chybné, ale na opravu rezignoval; chybu neodhalil.

4. Řešitelská strategie (u dobře zvolených slovních úloh je to nejbohatší diagnostický parametr) – rutinní (bez porozumění, s porozuměním, tvořivě); nerutinní; signál; vhled (žák píše přímo řešení úlohy); modelování/dramatizace; odhad opírající se o smysluplná data; pokus omyl (náhodný/částečně organizovaný/organizovaný); rozklad na dílčí úlohy; od konce; simplifikace, procesualizace konceptu; přenos do jiného kontextu (izomorfizmus, resp. analogie, resp. metafora).

5. Argumentace – potřeba osvětlit nebo zdůvodnit myšlenku.

6. Jazyky

- standardní (běžně v dané třídě používány u úloh daného typu),

[29] Hejný M. Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně, str. 57

- nestandardní (ptáme se na původ jazyků),

- specifické (šipky, tabulky, grafy, obrázky, slova, čísla),

- jiné (hybridní, písmena).

Z rozhovorů s učiteli, které byly vedeny v rámci výzkumu[30], vyplynulo, že učitelé chápou slovní úlohy jako nástroj k procvičení nově probrané látky, a proto zařazují slovní úlohy do výuky v okamžiku, kdy je probrána daná oblast. Cílem řešení slovních úloh je především procvičit a upevnit získané poznatky. Podle tohoto výzkumu uvedli dotázaní učitelé, že důvodem problémů žáků s řešením slovních úloh je nedostatečné logické myšlení, nepozornost žáků a špatné čtení. Jako klíčový problém pak uváděli čtení s porozuměním, povrchní čtení, neznalost významu některých slov, zápis, znázornění slovních úloh, neschopnost vybrat podstatné informace z textu, nebo formulaci odpovědi na otázku.

6.2 Prostředí procesu řešení slovních úloh

Chceme-li získat informace o způsobu žákova řešení, pak je nutné oddělit jednotlivé fáze tohoto procesu. Hejný, Michalcová zmiňují tři prostředí rekonstrukce žákovského řešení, které je nezbytné oddělit. Jedná se o způsob průběhu myšlení žáka při řešení, co žák napsal na papír a jak učitel interpretuje to, co žák zapsal. Autoři uvádějí tři prostředí:

1. Vědomí žáka, které zahrnuje kognitivní síť, myšlenky, řešitelské procesy, psychiku a osobnost.
2. Papír, tedy to, co žák zapsal, nakreslil, poskytl ke zkoumání.
3. Model, který představuje ucelenější představu, kterou si o řešitelském procesu žáka vytváří ten, kdo na základě písemného záznamu interpretuje tyto informace. Taková představa se tvoří postupně. Teprve tehdy, kdy se objeví souvislosti mezi jednotlivými představami, které se vzájemně začnou doplňovat a propojovat, získá ten, kdo proces interpretuje, ucelený obraz řešení. V takovém případě můžeme mluvit o modelu, který se v čase může měnit, na rozdíl od písemného záznamu na papíru, který je neměnný.

Podle autorů probíhá řešitelský proces tak, „*že nejprve se odehrávají složité postupy ve vědomí a z nich se určité záznamy a fragmenty dostávají na papír. Potom se na základě*

[30] Rendl M., Vondrová N a kol., Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů, Praha 2013

napsaných fragmentů snažíme modelovat původní procesy vědomí." Tuto technologii podrobnějšího rozpracování nazývají atomární analýzou slovních úloh[31].

6.3 Problémy při řešení slovních úloh

Problémy řešení slovní úlohy mohou nastat v jakékoli fázi řešitelského procesu. J. Novotná (2004) definuje problémy při řešení slovních úloh takto:

- žák nerozumí kontextu
- žák nedokáže získat z textu podstatné informace
- žák dokáže informace získat, ale neumí najít vhodné modely k vyřešení slovní úlohy

M. Hejný, A. Michalcová (2001) uvádějí, že uchopením popsané situace, pochopením hlavní myšlenky a interpretací vlastními slovy ještě nemusí dojít k vyřešení.

O. Šedivý (1990) upozorňuje na problémy při řešení slovních úloh zejména pokud:

- slovní úlohy obsahují nadbytečné informace
- slovní úloha má více než jedno řešení
- je-li řešení postaveno na naučených poznatcích bez porozumění

Takové řešení, které je uchopeno bez porozumění označuje M. Hejný jako „*protetické uchopení*". Jde tedy o formální uchopení, a pokud řešitel neuspěje, může zvolit strategii náhodné operace s čísly, které se vyskytují v textu úlohy. Jako komplexní uchopení úlohy uvádí M. Hejný pojem „*úplný vhled*", který charakterizuje takto: *„Mít úplný vhled do situace úlohy znamená rozumět důkladně všem objektům a znakům textu úlohy, a také vztahům mezi objekty."*

Vzhledem k tomu, že učebnice matematiky je velké části učitelů největší oporou při výuce, je vhodné zmínit informace autorů Mareš, Křivohlavý[32], kteří použili termín komunikace žáka s textem. Zdůrazňují zejména vnímání, porozumění a zapamatování textu, které vede k otázce, jak vlastně pracuje s učebnicí žák. Autoři se odkazují na studii Gavory (1992), kdy pro tyto oblasti používá literatura souhrnný název recipování, recepce textu. *„U žáka většinou probíhá recepce učebního textu spontánně… Přitom je možné žáky cvičit v tom, aby se učili poznávat, co dělají, když sami poznávají, aby monitorovali a řídili své*

[31] Jde o analýzu žákovského písemného projevu. Všechno, co žák při řešení úlohy napsal, rozkládáme na ty nejmenší, sémanticky ucelené části. Snažíme se zjistit, jaké myšlenky vedly ruku žáka, když tyto slova, písmena, znaky … psal. Snažíme se odhalit podstatné jevy řešení a pochopit mechanizmus žákova myšlení.

[32] Mareš J., Křivohlavý J., Komunikace ve škole, Masarykova univerzita, Brno 1995.

kognitivní procesy. Poznávání vlastních poznávacích procesů se stručně označuje jako metakognice." Dále jsou nastíněny návrhy, jak je možno tyto metakognitivní procesy zdokonalovat při práci s textem a zároveň uvádějí, v souvislosti s komunikací, příčiny potíží s porozuměním. S odkazem na Gavoru (1992) upozorňují na čtyři oblasti; neporozumění slovu, neporozumění větě, neporozumění vztahu mezi větami a neporozumění struktuře textu. Příčin nepochopení textu však může být více. V souvislosti s řešením slovních úloh a zmiňovaným prostředím komunikace je zde minimálně jeden společný jmenovatel, kdy autoři popisují stav, že žák nemá dostatečné vědomosti o realitě, o níž hovoří učební text. V matematice hovoříme o zadání slovní úlohy. Na tento fakt upozorňovali i učitelé v rámci výzkumu[33], kdy mimo jiné zmiňovali nedostatečnou připravenost a nedostatek běžných životních zkušeností.

6.4 Vizualizace při řešení slovních úloh

Metoda vizualizace patří mezi heuristické[34] strategie[35]. Podporuje hledání, pátrání a objevování. Zároveň také motivuje a pomáhá k osvojení nutných vědomostí. Podle G. Polyi (1990) je vizualizace vhodnou strategií, protože jasné znázornění podmínek jako celku může znamenat skutečnou výhodu. Následná analýza žákovské vizualizace do vhodných částí může být významným krokem vpřed. M. Hejný (2005, s. 22) charakterizuje vizualizaci a její význam při řešení takto: *„Vizualizací nazýváme ten graficko-výtvarný produkt žáka, který byl vytvořen s cílem porozumět úloze, najít její řešení, nebo napomoci formulovat výsledek."* Také A. Arcavi (2003, s.217) uvádí, že vizualizace je schopnost, proces a produkt tvorby, interpretace, použití a promítnutí informací do obrazu, diagramů, do mysli, na papír s využitím technických prostředků s cílem zachytit a zprostředkovat informace, přemýšlet a rozvíjet předtím neznámé myšlenky a zlepšovat jejich porozumění. Kromě pojmu vizualizace se můžeme setkat s pojmem „obrazová interpretace", který uvádějí Novák, Kubátová (2006) nebo „obrazová legenda", kterou najdeme u Novotné. (Novotná, 2004)

[33] Rendl M., Vondrová N a kol., Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů, Praha 2013

[34] Zelina M., (1990 str. 66) Chápe heuristiku jako charakteristickou specifikaci typových činností, které se uplatňují při objevování, vynalézání, tvoření a specifikování norem a postupů.

[35] Heuristické strategie podporují objevování, pátrání a hledání.

Autoři Csikos, Szitanyi a Kelemen (2012) zkoumali vliv používání nákresů a diagramů na úspěšnost řešení slovních úloh. V porovnání s kontrolní skupinou žáci využívající vizualizaci udělali větší posun ve znalostech mezi pre-testem a post-testem ve schopnosti řešit slovní úlohy. Závěry výzkumu tedy potvrzují, že použití vizualizace signifikantně zvyšuje úspěšnost řešení.

Pokud žákům nedopřejeme možnost úlohu si jakkoli vizualizovat, předčasně u nich budujeme abstraktní představu, se kterou žák nemá dostatek zkušeností. Náčrt, schéma, obrázek naopak jednotlivci mohou pomoci s jasnější představou o konkrétní situaci, tím zjednodušit pochopení problému, který je před žáka postaven, a tak vytvořit dopomoc při hledání správného řešení. Pro učitele může být obrázek také jistým diagnostickým nástrojem, který odhaluje, jak žák porozuměl zadání slovní úlohy i způsob vhledu pro samotné řešení.

7 Praktická část

Cílem praktické části je rozpoznání a popis obtíží, které mají žáci 1. stupně při řešení slovních úloh. Dalším cílem je prozkoumání řešitelských postupů s popisem zvolených dopomocí nabízených učitelem.

7.1 Výzkumné hypotézy

1. Žáci, kteří mají problém s porozuměním textu, dosahují horších výsledků při řešení slovních úloh.
2. Slovní úlohy, ve kterých se vyskytuje výpočet zlomků působí žákům větší problémy.
3. V žákovských řešeních se budou jen výjimečně vyskytovat náčrtky, vizualizace a obrázky, které by mohly žákům pomoci při řešení slovních úloh.
4. Řešení slovních úloh určené pro 1. stupeň nebude pro slabší žáky na 2. stupni představovat větší problém.

7.2 Metodologie

Zvolil jsem kvalitativní výzkum, protože cílem není zjišťování frekvence dílčích jevů, ale jejich odhalování a popis[36]. Z pohledu délky trvání se jedná o longitudinální výzkum, protože žáci jsou testováni s odstupem čtyř let.

Žákům v průběhu 5. ročníku byl předložen pracovní list se slovními úlohami pro žáky s ukončeným 4. ročníkem. Obtížnost jednotlivých úloh byla nastavena tak, aby je zvládl průměrný žák na konci čtvrtého ročníku. Cílem bylo úlohy vyřešit, v libovolném pořadí, bez časového omezení. Tato fáze byla realizována v roce 2014 v rámci projektu Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků[37].

V průběhu nebo po skončení práce následoval rozhovor se žákem nad řešením úloh, které byly pro žáka problematické, v němž se měl experimentátor pokusit odhalit příčiny nesnází, se kterými se žák během řešení vypořádával, porozumět těmto chybám a tyto

[36] Jak uvádí Gavora (2010), kvalitativní výzkum poskytuje hlubší poznání zkoumaného jevu

[37] Vondrová N., Rendl M., Havlíčková R., Hříbková L., Páchová A., Žalská J., Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků, Karolinum 2015

chyby se pokusit společně odstranit. (Toto označujeme jako „dopomoc“.) Jména žáků byla změněna.

U každé úlohy jsem se pokusil odhadnout nejen předpokládaná kritická místa, ale také jsem si stanovil možné způsoby „dopomoci“.

Žákům, kteří se zúčastnili testování v roce 2014, byly po téměř čtyřech letech předloženy slovní úlohy určené pro žáky 5. ročníku, tj. se stejnou náročností jako v původním výzkumu. Postup řešení byl stejným způsobem zaznamenán.

V následném rozboru jsem se zaměřil na výskyt jednotlivých problematických jevů a na poskytnutí přiměřené dopomoci tak, aby žáci byli při řešení úloh úspěšní.

Byla stanovena klasifikace kritických míst a tato místa byla označena kódy, které jsou uvedeny v analýzách jednotlivých žákovských řešeních.

Seznam použitých kódů:

1. Porozumění textu a uchopení úlohy
2. Matematizace slovní úlohy
3. Vizualizace – samostatné použití
4. Nesprávná volba matematické operace
5. Řetězení matematických operací
6. Numerická chyba
7. Přítomnost antisignálu
8. Zlomky
9. Matematické řemeslo

7.3 Výzkumný vzorek

Celkem se prvního testování v roce 2014 zúčastnilo 17 žáků, z toho 6 děvčat a 11 chlapců z 5. ročníku[38]. Následného testování v roce 2018 se zúčastnili 3 žáci (chlapci), z toho 2 se speciálními vzdělávacími potřebami v péči PPP, kteří se účastnili i testování v roce 2014. Z původního vzorku testovaných žáků přešlo po pátém, resp. sedmém ročníku 13 žáků na víceletá gymnázia a ze zbývajících dětí pouze tři souhlasily s účastí na testování v roce 2018.

[38] Testování žáků v roce 2013 a 2017 proběhlo na ZŠ a MŠ Chodov, Květnového vítezství 57, Praha 4

Kritéria výběru byla stanovena následovně:

- žáci se testování chtěli účastnit
- rodiče žáků podepsali písemný souhlas s účastí
- poslední známka na vysvědčení nerozhodovala o účasti v testování
- žáci byli ujištěni, že výsledek testování nebude mít vliv na blížící se klasifikaci.

7.4 Popis průběhu testování

Při testování v roce 2014 každý z testovaných žáků vypracoval samostatně řešení do svého pracovního listu s postupem, obrázky a zápisy. Snahou bylo vyřešit všechny uvedené úlohy, ale ne vždy to bylo možné i přes následnou dopomoc z důvodů výrazných potíží žáka, případně z důvodu ztráty motivace. Následovaly pohovory o způsobu zvolené strategie a zjištění příčin nesnází žáka. Během těchto rozhovorů jsem se pokusil odstupňovanou dopomocí upozornit na případné chyby a zjistit příčiny těchto chyb. Všechny rozhovory byly zaznamenávány na videokameru a následně doslovně přepsány do protokolů. Stejný způsob zpracování dat proběhl i v roce 2018, kdy žákům byly předloženy testové úlohy pro žáky s ukončeným 5. ročníkem.

Úvodem byli žáci instruováni, že mohou úlohy řešit v libovolném pořadí, případně úlohy neřešit. Pokud žák měl nějaký dotaz, mohl se zeptat na upřesnění informace. Takové dotazy byly zaznamenány a zmíněny v přepisech rozhovorů. V těchto případech jsem se nejprve pokusil zjistit příčinu potíží a následně tomu přizpůsobit i přiměřenou – stupňovanou dopomoc. Žáci byli rovněž vyzváni, aby své řešení průběžně komentovali, a tak verbalizovali své myšlenkové pochody. K jednotlivým úlohám, kde jsem predikoval možné obtíže, jsem měl promyšleny otázky, kterými budu žáka směrovat k odhalení možné chyby nebo úvahy. Zároveň jsem si také uvědomoval, že takový postup má i svá úskalí, a to v podobě změření se spíše na své předpoklady než na probíhající konkrétní situaci. Především v následném testování v roce 2018 jsem s jednotlivými žáky vedl spíše dialog o ukončeném dílčím řešení, aby bylo zřejmé, proč žák postupuje právě takto a jak uvažuje. V jednom případě byl takový postup nezbytný, protože tento žák nebyl schopen samostatné práce. Jedná se o žáka, který je sledován v PPP jako žák se speciálními vzdělávacími potřebami s diagnostikovanou poruchou pozornosti. Tento žák nově nastoupil do zdejší ZŠ právě v 5. ročníku v roce 2013. Druhý ze žáků byl rovněž dlouhodobě sledován v PPP jako žák se speciálními vzdělávacími potřebami (dyslexie).

7.5 Popis testovacích úloh

Tabulka 3 Zadání pro 4. ročník s komentářem[39]

Charakteristika úlohy	Komentář
1. Tři kamarádi jeli na výlet, nejprve vlakem, pak autobusem. Za jízdenku na vlak zaplatil každý 18 Kč, za jízdenku na autobus 23 Kč. Kolik korun zaplatili celkem za jízdenky?	tradiční složená slovní úloha, kontext ve zkušenostech žáků, obsahuje veličiny (Kč), jedno z čísel je zadáno slovem, vyžaduje správné řetězení početních operací (kombinace aditivních a multiplikativních operací)
2. Na farmě sebrali za tři dny 945 vajec. První den sebrali 213 vajec, druhý den o 40 vajec méně než první den. Kolik vajec sebrali třetí den?	složená slovní úloha vyžadující správné řetězení početních kroků, přítomna jsou velká čísla, nelze modelovat ani simplifikovat, může pro někoho obsahovat antisignál "za tři dny", který lze vnímat jako "dohromady", tedy vést ke sčítání
3. Jitka přečetla o jarních prázdninách knihu, která měla 650 stránek. V pondělí přečetla 50 stran, ostatní dny (od úterý do neděle) četla každý den stejný počet stran. Kolik stran přečetla v pondělí a v úterý dohromady?	složená slovní úloha, zahrnuje všechny základní operace mimo násobení, kontext je známý, ale méně reálný, otázka nemusí dávat žákům smysl, je umělá, násilná, což mohlo vést k odpovědím na jinou otázku, kterou si žák v rámci řešení spontánně stanoví, jedno číslo dáno implicitně (6 dní v týdnu)
4. V továrně vyrobili dělníci na jedné směně 6 600 součástek, na druhé směně o šestinu součástek více. Všechny součástky pak zabalili do krabic po jedné stovce součástek. Kolik krabic bylo připraveno na prodej?	složená slovní úloha, obsahuje zlomek vyjádřený slovem "šestina", další dvě čísla vyjádřena slovem "druhá" a "stovka", vyžaduje správné řetězení výpočetních kroků, kontext je mimo zkušenost dětí, soubor objektů je heterogenní (součástky, krabice, dni), neznámé slovo "směna", otázka umožňuje více porozumění, není zcela jasné, že všechny naplněné krabice jsou do prodeje
5. Roční příjem pana Šimka byl 280 000 Kč, což bylo o 48 000 Kč více, než si	tradiční slovní úloha obohacená o antisignál ("o 48 000 Kč více"), řeší se odčítáním,

[39] Vondrová N., Rendl M., Havlíčková R., Hříbková L., Páchová A., Žalská J., Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků, Karolinum 2015

vydělala paní Šimková. Kolik korun si vydělala paní Šimková? Jaký byl roční příjem obou manželů?	kontext úlohy je znám jen zprostředkovaně z rodiny, obsahuje velká čísla, která je možno simplifikovat (280, 232 apod.)
6. Nejvyšší horou světa je hora Mount Everest, která měří 8 848 m, což je o 4 038 m více, než kolik měří nejvyšší hora Evropy Mont Blanc. Kolik metrů měří nejvyšší hora Evropy?	jednoduchá slovní úloha, obohacená o antisignál "o 4 038 m více", řeší se odčítáním, čísla ukotvena jako veličiny (m), kontext je srozumitelný, obsahuje velká čísla
7. Filmová pohádka trvá 93 minut. Kdy bude končit, jestliže začátek je v 16 hodin 45 minut?	jednoduchá slovní úloha, jejíž obtížnost spočívá pouze v práci v soustavě o základu 60, nutný je také převod jednotek, čísla jsou kotvena jako veličiny, soubor je heterogenní (h, min) kontext je reálný, dětem je důvěrně známý
8. Z cisterny, ve které bylo 12 hl vody pro kojence, odebrali dopoledne 580 litrů vody, což bylo o 230 litrů méně, než odebrali odpoledne. Kolik litrů vody v cisterně zbylo?	složená slovní úloha s antisignálem "o … méně", situaci komplikuje také slovo "odebrali", výpočty je nutné správně řetězit, čísla jako veličiny, soubor heterogenní (l, hl) nutný převod jednotek, kontext je neznámý, údaje jsou obtížně představitelné

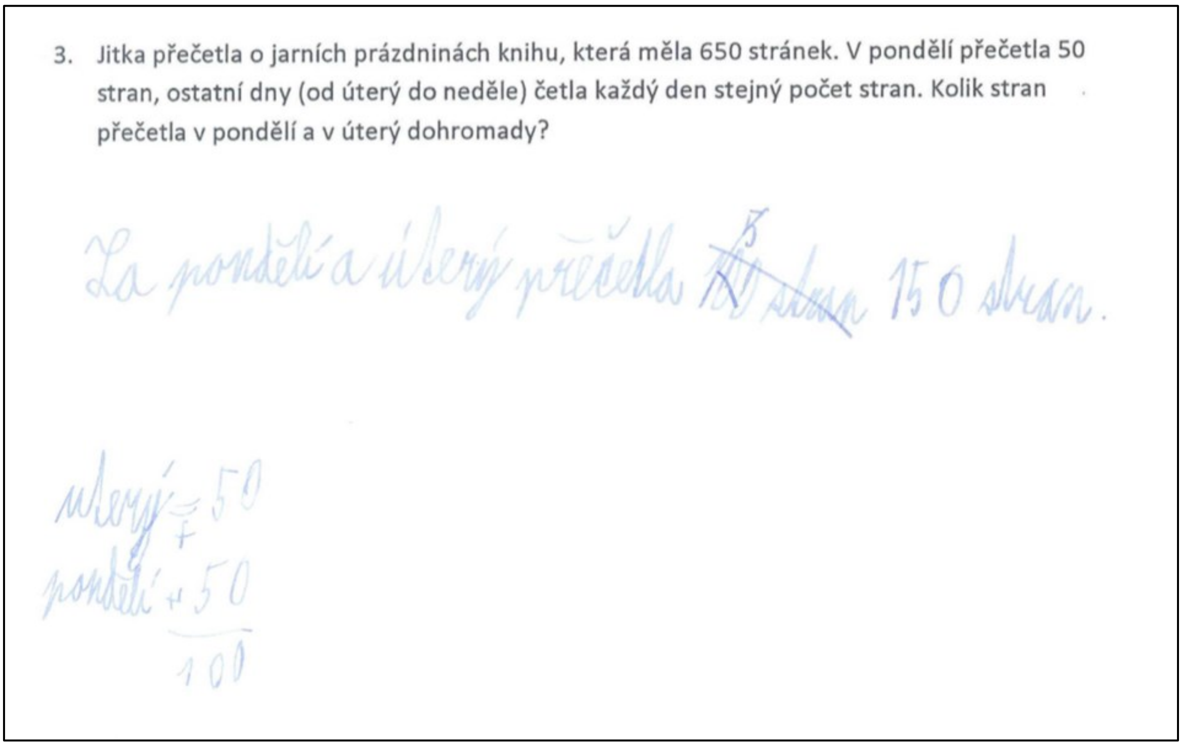
Tabulka 4 Zadání pro 5. ročník s komentářem

Charakteristika úlohy	Komentář
1. Pan Veselý dostal za práci zaplaceno 945 Kč, pan Smutný dostal třikrát méně než pan Veselý. Kolik korun si musela paní účetní připravit pro oba?	tradiční složená slovní úloha, příběh probíhající v čase a otázka jdoucí proti toku řasu, kontext je známý, i když spíše zprostředkovaně než z vlastní zkušenosti
2. Podél cesty má být vysázeno 26 stromů, vzdálenost mezi dvěma sousedními stromy bude 12 metrů. Jaká bude vzdálenost mezi prvním a posledním stromem?	tradiční úloha, obtížně řešitelná bez představy situace, čísla ukotvena jako stavy i veličiny, soubor objektů je heterogenní (počet stromů, jejich vzdálenost), situace je statická, snadno ji lze vizualizovat, je ve zkušenostech žáků (případně její analogická obdoba)
3. Z desetimetrové role látky se prodalo nejprve 2,6 metrů látky. Další zákaznice si koupila 180 centimetrů látky a třetí potřebovala 3 metry a 7 decimetrů. Kolik látky se již prodalo? Kolik látky ještě zbylo?	tradiční složená slovní úloha s desetinnými čísly, nutno převést jednotky, soubor objektů je heterogenní (m, dm, cm), některá čísla zadána slovně, příběh odehrávající se v čase, kontext pro většinu asi neznámý, pro pochopení je třeba představit si situaci analogickou,

4. V pekárně pečou tři druhy koláčů, tvarohové, makové a povidlové. Makových je dnes 465 ks, což je polovina ze všech upečených koláčů. Tvarohových je třetina ze všech upečených koláčů. Kolik koláčů je povidlových? Kolik koláčů upekli dnes celkem?	složená úloha se zlomkem (vyjádřený slovem), číslo jako počet kusů i jako počet druhů, zlomek jako část celku, alespoň analogický kontext známý, pro velká čísla obtížně modelovatelný, obsahuje antisignál „což je polovina“, který vede k dělení, ale zapotřebí je násobit, zapotřebí je početní operace správně řetězit
5. V obchodě s horskými koly vyhlásili výprodej a poskytovali slevu ve výši jedné sedminy původní ceny. Novákovi koupili jedno kolo za 6 600 Kč a druhé za 5 400 Kč. Kolik korun ušetřili oproti běžné ceně?	složená úloha o slevě, obsahuje zlomek, číslo kotveno jako veličina (Kč), zlomek jako část celku, příběh není v čase, ale mohl by tak být vnímán, kontext je známý, pravděpodobně prožitý, sleva je zadána netypicky jako „sedmina“
6. Cyklista měl ráno na tachometru 328,5 km, v poledne 415,3 km a večer 531,1 km. Kolik kilometrů ujel dopoledne a kolik odpoledne? Kolik ujel za celý den?	složená úloha s desetinnými čísly, příběh úlohy probíhá v čase, soubor objektů je homogenní, není třeba převádět jednotky, kontext pro některé děti neznámý – jak funguje tachometr
7. Každý žák pátého ročníku provozuje alespoň jeden druh sportu, 17 dětí jezdí na kole a 15 dětí hraje fotbal. Do páté třídy ale chodí jen 26 žáků. Je to možné?	úloha formulována jako možné – nemožné, součástí zadání je podmínka „každý žák provozuje...“, kontext dětem pravděpodobně známý, snadno představitelný
8. Podnik prodal v prvním čtvrtletí zboží za 18 470 000 Kč. Jeho náklady ale byly 14 697 000 Kč. Stačí získané peníze na nákup nových strojů za 3 800 000 Kč?	jednoduchá úloha s velkými čísly, formulována jako možné – nemožné, slovo „náklady“ pravděpodobně neznámé, těžko představitelné, není ve zkušenostech dítěte, čísla těžko představitelná

7.6 Analýza žákovských řešení

Na obrázku 1 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 5. ročníku, Adamem, s popisem a následným komentářem v tabulce 5.


3. Jitka přečetla o jarních prázdninách knihu, která měla 650 stránek. V pondělí přečetla 50 stran, ostatní dny (od úterý do neděle) četla každý den stejný počet stran. Kolik stran přečetla v pondělí a v úterý dohromady?

Za pondělí a úterý přečetla ~~stran~~ 150 stran.

úterý = 50
pondělí + 50
100

Obrázek 1, úloha č. 3. Řešení Adama

Tabulka 5 Popis Adamova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.3	**můj komentář**
Ž10[40]: *„No, protože, eee, v pondělí že přečetla 50 stran a ostatní jakoby od... a jako, když to je v pondělí a úterý dohromady vlastně pořád stejně tak 50+50."*	Z komentáře žáka je zřejmé, že chybně vyhodnotil informaci v textu zadání, protože se odkazuje na signální slovo "stejný". Proto v této chvíli argumentuje slovy pondělí a úterý, převedeno na zápis číslem 50+50. V závěrečném rozhovoru, na dotaz, která úloha byla nejlehčí, označil právě tuto úlohu, která byla ovšem vyřešena chybně. Bez upozornění na chybné řešení se k ní chtěl přesto vrátit.

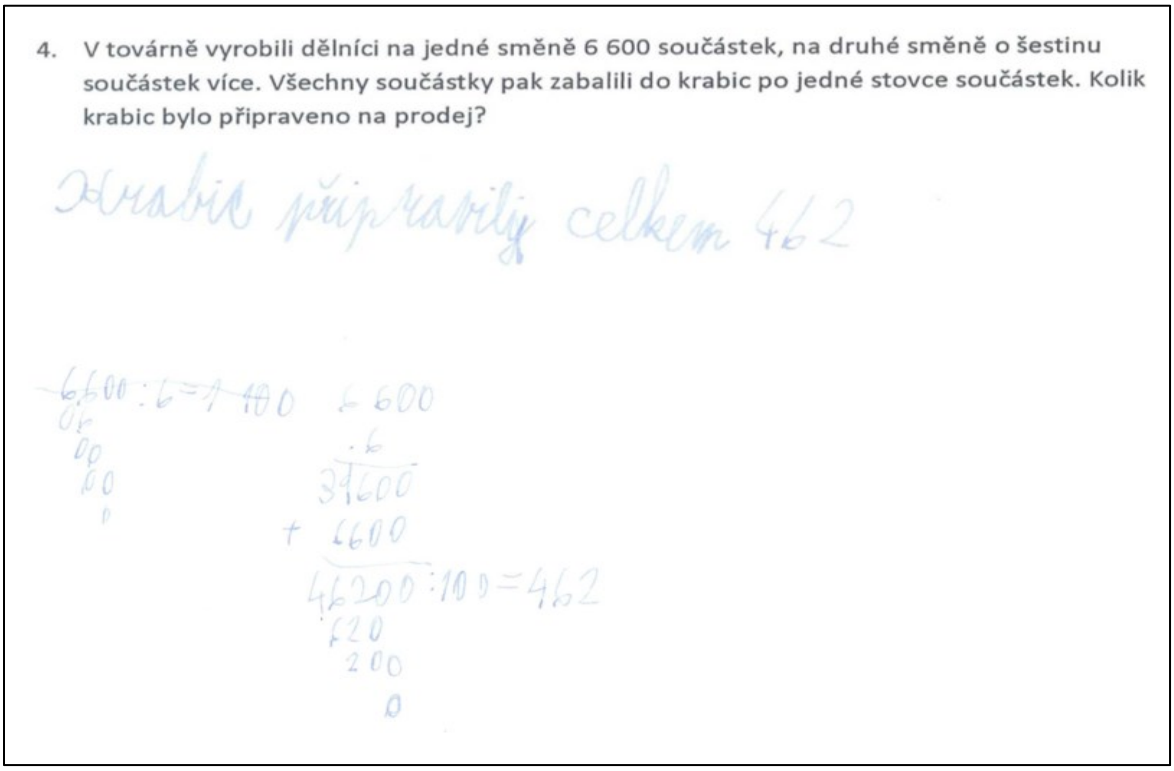
40 Zkratka „Ž“ uvedená v těchto tabulkách analýz vychází z doslovných přepisů rozhovorů a označuje, kdy mluví žák. Číslo pak uvádí pořadí věty v celém rozhovoru. Zkratka „U“ označuje kdy mluví učitel. Číslo pak uvádí pořadí věty v celém rozhovoru.

Ž36: *„Že by to bylo od pondělí do příštího úterý, vlastně jako."*	Tento dotaz následně potvrzuje domněnku, že žák vychází z chybné úvahy v časové posloupnosti, kdy si domýšlí informaci, která se v textu nevyskytuje. Odpověď žáka naznačuje, že došlo k záměně informace v zadání. Od pondělí do příštího úterý. Můžeme tedy hovořit o tom, že došlo k chybě v uchopení úlohy, protože mění znění úlohy. Jako primární dopomoc volím opětovné přečtení zadání úlohy a následné ověření, zda chápe text a otázku, na kterou má odpovídat.
Ž37: Čte zadání úlohy. Po dočtení říká: *„No, 100 stran. Jinak nevím."*	Z vyjádření je slyšet a vidět, že pouhé přečtení textu úlohy je nedostačující pro změnu v myšlení. Proto jej vybízím k argumentaci jeho řešení, kterou považuji v této chvíli jako klíčovou.
Ž38: *„eee, když, eee ostatní dny, od úterý do neděle četla stejný počet stran tak 50+50, tak, že v pondělí 50 stran, za úterý 50 stran."*	Ve chvíli, kdy argumentuje nahlas, správně již prezentuje zadání úlohy v časové posloupnosti. Je tedy možné, že opakované čtení zadání mohlo v krátkodobé paměti zanechat stopu v setřídění myšlenek. V této odpovědi je možno identifikovat problém v zaměření se na signální slovo – stejný - počet stran. Chybí zde ovšem informace (od úterý do neděle). To je patrné z další argumentace žáka. Proto následuje má otázka, *„jak jsi přišel na to, že je to 50 stran?"*
Ž40: *„Protože tady to píšou. V pondělí přečetla 50 stránek, ostatní dny od (odmlčení), aha... jo aha, tak to chápu, takže to vlastně nepřečetla stejné strany, takže od úterý do neděle musela přečíst těch dalších 600 stran.“*	Až nyní si žák všiml, že text obsahuje jinou informaci, než původně vyhodnotil. Díky tomu, že hledal argument pro své řešení, uvědomil si význam textu a následně na to reagoval správným zápisem příkladu.

Ž41: *„Takže to máme 6 dnů, takže 600 děleno 6, to se rovná 10, ne to se rovná, eee, 100, že ano."*	Žák, po uvědomění si souvislostí a ujasnění si časové posloupnosti, správně používá multiplikativní početní operaci a dochází ke správnému průběžnému výsledku, který následně doplnil aditivní operací, která vedla ke správnému řešení. Z pomocného zápisu, který si žák sám vedl je zřejmé, že skutečně vycházel z předpokladu, že pokud v pondělí přečetla 50 stran, pak stejný počet stran přečetla i v úterý.

Z analýzy textu v tabulce 5 docházíme k výskytu kritického bodu č. 1, 4.

Na obrázku 2 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 5. ročníku, Adamem, s popisem a následným komentářem v tabulce 6.



Obrázek 2 úloha č. 4. Řešení Adama

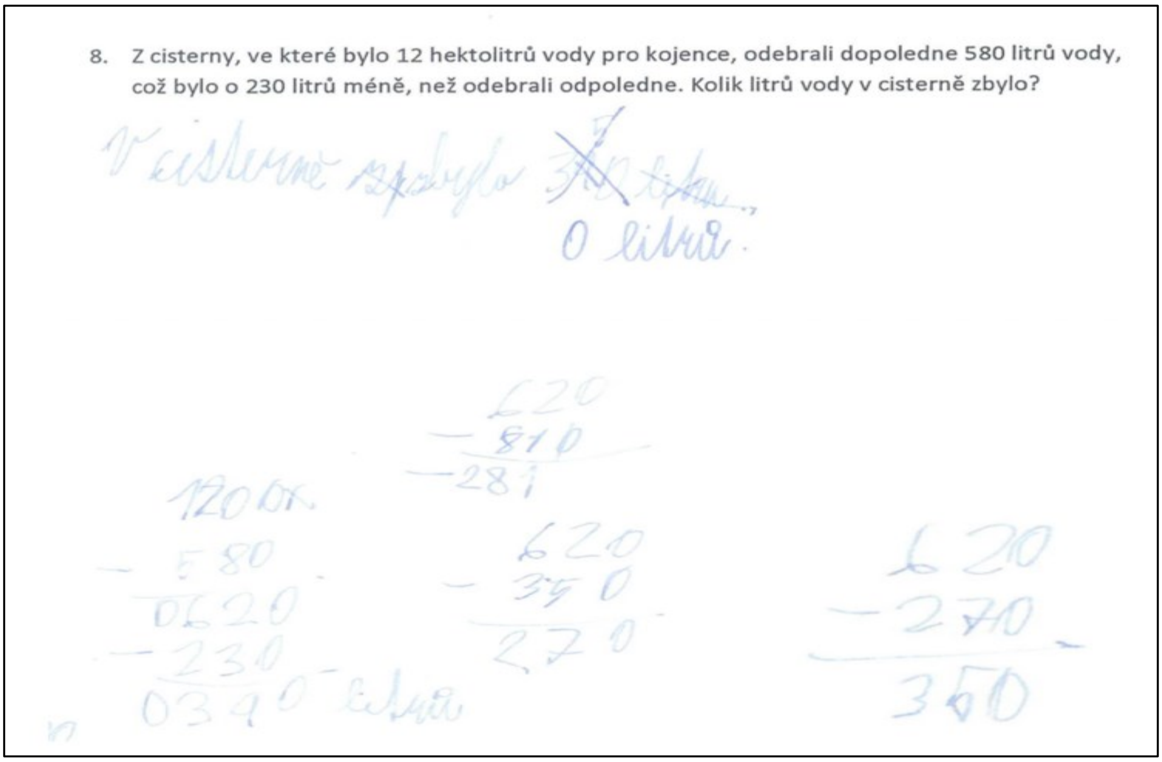
Tabulka 6 – Popis Adamova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.4	**můj komentář**

Ž12: „*Že jsem to 6 600 součástek, tak když to je šestina součástek tak 100krát 6."*	Z tohoto zápisu je zřejmé, že si vypočítal 1/6, ale vzhledem k tomu, že si neuvědomil, co výsledek znamená, nepokračoval v dalším postupu se správným dílčím výsledkem. Je pravděpodobné, že číslo mu přišlo „malé“ a tak zvolil výpočet 6 600*6, výsledek pak sečetl s počtem součástek z první směny a následně dělil 100. Z tohoto pohledu je pravděpodobné, že žák neměl jasnou představu o rozdílu významu jedné šestiny a šestkrát více. Z pohledu řešitelské strategie, uchopení úlohy byla úloha řešena správně.

Z analýzy textu v tabulce 6 docházíme k výskytu kritického bodu č. 1, 4, 8, 9.

Na obrázku 3 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 5. ročníku, Adamem, s popisem a následným komentářem v tabulce 7.



Obrázek 3, úloha č. 8. Řešení Adama

Tabulka 7 Popis Adamova postupu s komentářem

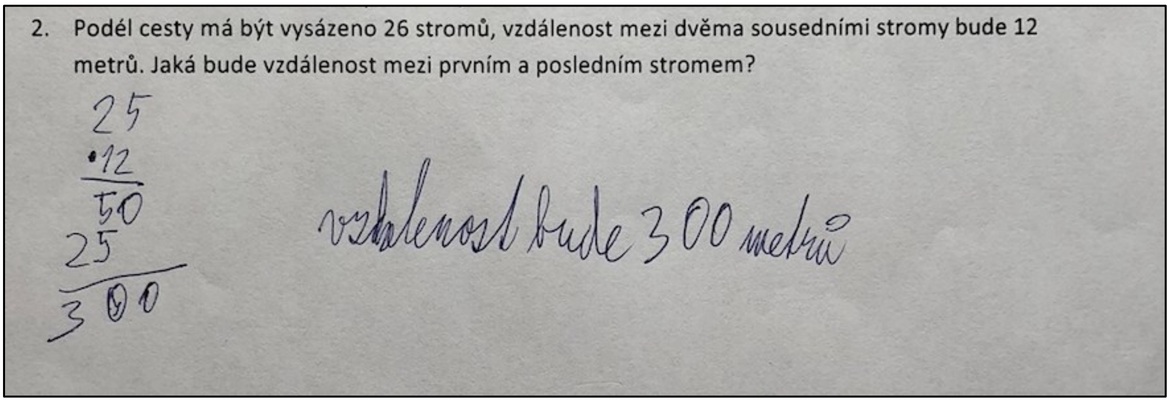
děj, který se odehrává při řešení úlohy č.8	**můj komentář**

Ž14: „*Protože, mě napadlo, že 1 hl je vlastně 100 litrů vody, tak jsem 100 litrů vody (není rozumět další části) a když odeberu od 580 litrů ... ne, protože pak jsem si, jakoby 580 mínus 230 jsem zapomněl, to máme 350, a pak ještě 620 mínus 350 to se rovná."* Zapisuje 620–350.	Z komentáře je zřejmé, že žák pochopil zadání slovní úlohy a pochopil i její kontext. Správně převedl jednotky hl na l a správně v řetězení úlohy odečítá odpolední odběr vody od celkového množství. Pak ovšem chybuje, když se (pravděpodobně) zaměří jen na číslo 230 a slovo „méně". Proto odčítá od zbývajícího množství vody 230. Z komentáře je možné také vidět úvahu, která ukazuje, že si uvědomuje nutnost odečíst ještě další odběr, ale zde se v jednotlivých číslech již neorientuje správně. Z jeho vyjádření 580 mínus 230 je vidět, že neregistruje antisignál. Žák tedy vnímá číslo jako operátor změny, ale nesprávně vyhodnocuje slovo "méně", a proto odečítá. V prvé chvíli jsem měl dojem, že bude postupovat v odčítání 390-580, což by také byla správná úvaha a strategie. Jako dopomoc jsem zvolil otázku: *„co je těch 350?"*
Ž15: *„To je těch jakoby 580 mínus 230, jsem to zapomněl udělat, že jsem si to neodebral a odebral jsem jen těch 230. To je 270, takže mínus 270 to je, to máme 12 litrů, 35 litrů to máme, ne to je moc 150 (není rozumět) to je 350 litrů."*	I z úvodu této žákovy argumentace mám dojem, že si uvědomuje chybu v množství odebrané vody, ale následně stejně odčítá 580-230. Následná úvaha je, podle mého názoru, je zcela chybná. Je vidět, že v jeho myšlenkách probíhá průběžné vyhodnocování situace, kterou dokumentuje spojení "*ne to je moc"*. Mým cílem bylo najít způsob, jak žáka přivést k uvědomění si množství odebrané vody odpoledne. Z dalšího záznamu je vidět, že si tuto skutečnost uvědomil. *„Ještě mi prozraď, dopoledne odebrali 580 litrů, což bylo o 230 litrů méně, než odebrali odpoledne. To znamená"* Zde již vstupuje žák do věty s následující myšlenkou.
Ž16: „*Aha, to vlastně musíme dát, no jasně, jasně."*	Zjišťuji směr úvahy žáka, který zareagoval.
Ž18: „*Protože, eee, vlastně odebrali o 580 litrů vody, takže vlastně předtím eee, odpoledne odebrali vlastně o 230*	Došlo tedy k opravě, kterou si uvědomil díky zaměření se jen na podstatnou část textu. Protože v zadání příkladu byla chyba, jak

litrů víc, což je 810."	uvádí i autoři výzkumu, došlo k dalšímu problému při výpočtu čísel 620–810.
Ž20: *„Jo to je tisíc, 620."*	Bylo vidět, že žák, díky nestandardní situaci, kdy chyběla voda v cisterně, byl ochoten upravit svou správnou představu o převodu jednotek, jen proto, aby výsledek byl reálný.

Z analýzy textu v tabulce 7 docházíme k výskytu kritického bodu č. 7. Na základě vnějšího vyrušení jsme se k detailnímu řešení úlohy č.4 již nevrátili. I tento moment považuji za důležitý zmínit, protože v praxi se běžně vyskytují situace, které naruší nejen soustřední žáka, ale i vyučujícího a je nutné si tyto situace uvědomit a upozornit na ně.

Na obrázku 4 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 9. ročníku, Adamem s popisem a následným komentářem v tabulce 8.



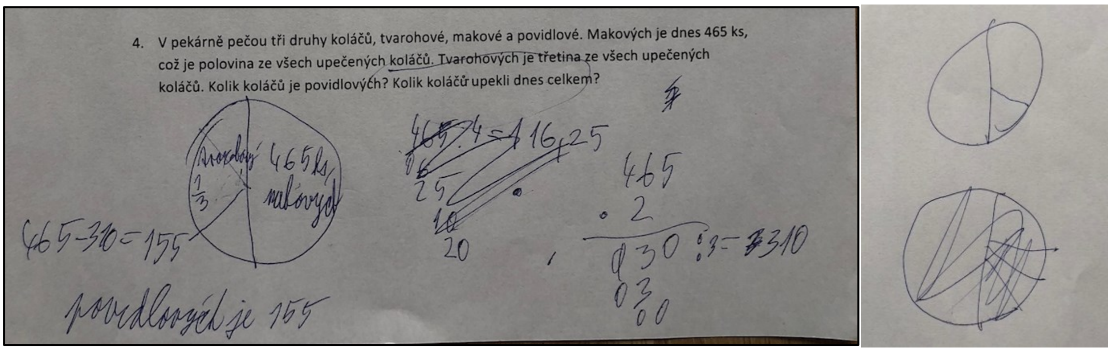
Obrázek 4, úloha č.2. Popis Adamova postupu s komentářem

Tabulka 8 Popis Adamova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.2	můj komentář
Žák řeší úlohu č.2 a zapisuje příklad 25*12	Zajímá mě, na jakém základě počítá uvedený příklad. *U1: „Proč tady máš výpočet 25*12?"*
Ž1: *„Protože většinou, vlastně, vždycky, když máte ty mezery, tak vlastně jeden strom se vymazává, ne? Nebo myslím, že jeden strom se tam nezapočítává, protože ty mezery, když tam jsou, tak je tam 25 mezer."*	Žák si uvědomuje i bez opory v názoru skutečnost, že se liší počet stromů a mezer, který je nutný pro správný výpočet. Přesto, když je vyzván k argumentaci, uvádí správnou představu ve formě otázky. Je tedy možné, že se jedná o formální poznatek žáka, což naznačuje argumentace ve formě otázky.

Ukázka řešení Adama v 9. ročníku s popisem a následným komentářem. Tato úloha je řešena správně, nicméně z argumentace žáka usuzuji, že matematizaci úlohy založil na formálním poznatku, jak vyplývá z rozhovoru.

Na obrázku 5 vidíme ukázku řešení úlohy s pomocným listem žákem v 9. ročníku, Adamem, s popisem a následným komentářem v tabulce 9 a 10.



Obrázek 5, úloha č. 4. Řešení Adama

Tabulka 9 Popis Adamova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.4.	**můj komentář**
Hned v úvodu kreslí obrázek. Kruh, který rozděluje na poloviny. Do jedné z polovin zapisuje 465 ks makových. Pak přemýšlí a rozděluje druhou polovinu na třetiny. Opět přemýšlí.	Z postupu žáka je zřejmé, že si uvědomuje způsob řešení, ale dostává se do potíží při vyznačení 1/3. Nedostatečná představa o 1/3 z celku, kde je vyznačená již 1/2 je pro žáka problematická. To dokládá i v následujícím slovním komentáři. *U3: „Nad čím přemýšlíš?"*
Ž2: *„Nad tím, jak to vypočítat."*	Vypadá to, že bude zapisovat pokračování, ale po chvíli začne ťukat tužkou o papír. *U4: „Co je těch 465?"*
Ž3: *„Jo, jasně."* Přemýšlí. *„Ne, počkat."* Opět přemýšlí a začíná zapisovat 465:4= a provádí výpočet.	Ve vědomí žáka se pravděpodobně odehrává mentální operace ve vybavování představy daného zlomku. Ze zápisu příkladu je zjevné, že vychází z chybné představy, uchopení informace "ze všech upečených." Výsledek výpočtu se žákovi nezdá pravděpodobný, a proto jej škrtá. U5*: „Můžu se zeptat, co jsi teď vypočítal?"*

Ž4: *„Když je 465 půlka, tak jsem si vzpomněl, že jedna třetina je vlastně jako tři čtvrtiny z tý poloviny. Takhle by to bylo."* Vyznačuje v polovině obrázku tři díly. *„Tři čtvrtiny je jedna třetina."*	Žák rozděluje 1/2 z celku na šestiny z celku. Obrázek v podobě kruhu nefunguje jako adekvátní dopomoc. U6: *„Mohl bys mi to ukázat na nějakém obrázku?"*
Ž5: Na jiný papír nakreslí opět kruh a hned vysvětluje: *„Jakože tři čtvrtiny, ne čtyři čtvrtiny je jedna půlka a tři čtvrtiny je ta jedna třetina z tý půlky, myslím. Jakože, kdybychom to měli tahle."* Pokračuje v zakreslení své představy do obrázku. Následně jej škrtá a kreslí nový kruh. Rozdělí jej na poloviny a druhou polovinu opět rozdělí jednou čarou. (viz obrázek) *„Ne, vlastně jsem udělal kravinu."* Škrtá příklad s výpočtem. Úlohu opouští a jde řešit úlohu následující.	Z jednotlivých kroků je vidět, že žák má v představě pro řešení zlomků uchopen, pravděpodobně, pouze jeden model pro znázornění zlomků, a tím je kruh, který se vyskytuje v tradičních učebnicích nejčastěji a je výrazně preferován. V tomto případě ale není pro žáka efektivním nástrojem k zakreslení jednotlivých částí, které by pomohly k řešení, zvláště pak, když vychází z chybné úvahy, která vznikla na základě čtení textu.

Připojuji pokračování žákova řešení, kdy se k úkolu vrací na závěr, po vyřešení všech úloh.

Tabulka 10 Popis Adamova postupu s komentářem

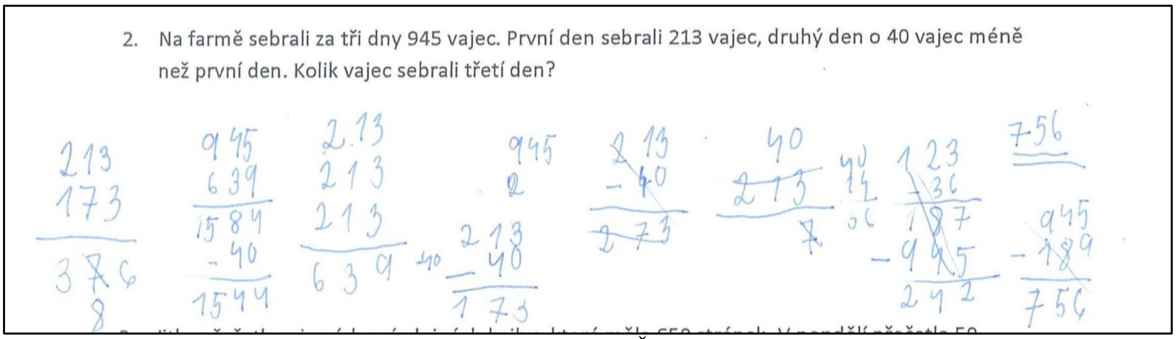
děj, který se odehrává při řešení úlohy č.4. - pokračování	**můj komentář**
Následně se vrací k úloze č.4.	Vzhledem k tomu, že žák nějakou chvíli přemýšlí a je vidět, že si neví rady, vstupuji do žákova myšlení. U13: *„Můžu do toho vstoupit?"*
Ž12: „Jo."	Žák je připraven touto odpovědí na příjem informací a je pravděpodobné, že si s řešením neví rady. U14: *"Co víš z toho zadání? Jakou informaci máš?"* Cílem je upozornit žáka, aby se zaměřil na rekonstrukci informací ze zadání slovní úlohy.
Ž13: *„Že ta jedna půlka je těch 465 a tady je ta jedna třetina."*	U15: *„Zkus si ještě jednou přečíst celé zadání."*
Ž14: Žák čte znovu potichu zadání a pak se chystá psát.	U16: *„Víš, co máš zjistit?"*

Ž15: *„No, kolik je povidlových a kolik koláčů upekli celkem. Tak jasně, to si vypočítáme celkem a z toho by se to dalo odvodit."* Zapisuje 465*2 =930 a následně dělí třemi a zapisuje výsledek 310. *„Takže teďkom víme, že jich je 310 a teď stačí odečíst 465-310 a je to."*	Z uvedeného vyjádření můžeme dovozovat, že žák si uvědomil původní chybnou představu a začal pracovat s celkem. K vyřešení této slovní úlohy s řetězením jednotlivých operací a jasně nedefinovaným celkem způsobilo původně problematickou představu. K dalšímu řešení nebyla nutná dopomoc v podobě obrázku. Zůstává však otázkou, zda by byl žák schopen tento úkol znázornit na nějakém modelu.
Ž16: *„Protože jsem si to nepřečet celý."*	U17: *„Dokázal bys říct, proč to původně nešlo?"*
Ž18: *„Kolik koláčů upekli dnes celkem. Protože kdybych si to přečetl, tak si myslím, že bych na to přišel. Já jsem to nedočet a hned jsem to začal řešit."*	U19: *„Která informace konkrétně? Já teď nevím, co myslíš."*

Z analýzy textu v tabulce 9 a 10 docházíme k výskytu kritického bodu 1, 8. Při řešení dalších úloh neměl Adam problém.

Ukázky řešení úloh Borise v 5. ročníku s popisem a následným komentářem

Na obrázku 6 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 5. ročníku, Borisem, s popisem a následným komentářem v tabulce 11.



Obrázek 6, úloha č. 2. Řešení Borise

Tabulka 11 Popis Borisova postupu s komentářem

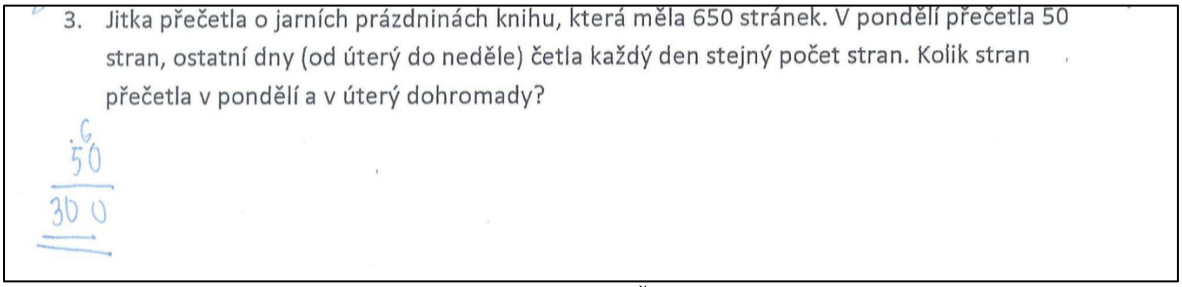
děj, který se odehrává při řešení úlohy č.2.	**můj komentář**

Ž16: „*To jsem moc nepochopil.*“	*U9: „Tak o čem byla, zkus mi říct o čem to bylo?“* Otázka směřuje na ověření pochopení smyslu úlohy a ověření, zda žák pochopil, co má zjistit. Tuto otázku jsem zvolil jako reakci na informaci od žáka.
Ž17: „*Že tam byla farma, za tři dny si vydělali 975 vajec a ta sebrali.*“	Z odpovědi žáka můžeme dovozovat, že jeho uváděné číslo může souviset s nepozorností, nebo chybným zapamatováním, kterému v této fázi řešení nepřikládá význam. Další otázka směřovala na ověření, zda žák ví, co má zjistit.
Ž19: „*Kolik těch vajec, kolik těch vajec sebrali 3 den.*“	Podle všech těchto odpovědí, žák nemá problém s uchopením slovní úlohy, ale neví, jaký má zvolit postup výpočtu. U12: *„Takže co víš?"* Otázka směřuje na upřesnění vstupních informací a třídění informací samotným žákem.
Ž20: „*Vím, že ten den, co sebrali 213 vajec a ten další den o 40 méně. Takže 213-40.*“	Z těchto informací je zřejmé, že žák si uvědomil svůj původní omyl v řešení, kdy sčítal 213+213+213 a došel k výsledku 639. Z původního uchopení úlohy došlo ke změně v úvaze a rozfázování následujících kroků.
Ž21: „*To jsem počítal něco jinýho.*“	
Ž22: „*Jo. A vždycky to menší dolů nebo nahoru?*“	Žák se ujišťuje o postupu odčítání.
Ž28: „*Aha,* opravuje číslo 376 ne 386.“	Dopouští se numerické chyby, kterou opravuje po upozornění. Po výpočtu následuje další otázka na zjištění, zda žák ví, co výpočet znamená a umí jej zasadit do kontextu úlohy. U21: *„To jsi přepsal, dobře. Takže co jsi teď vypočítal?"*
Ž30: „*Kolik jako tři dny, za ty tři dny sebrali těch vajíček."*	Z této odpovědi a následného potvrzení ze strany žáka, se můžeme domnívat, že není schopen udržet v krátkodobé paměti cíl slovní úlohy. Přestože v úvodu byl schopen po přečtení zadání identifikovat cíl, nyní této identifikace není schopen. I když se opět opírá o text a identifikuje místo, které jasně definuje otázku. Tu opakuje, ale stejně nemá konkrétní představu, jak úlohu dokončit.

Ž32: „*Kolik vajec sebrali třetí den. Kolik sebrali třetí den.*“	Přestože se opět opírá o text a identifikuje místo, které jasně definuje otázku, není aktuálně schopen se v řešení posunout. Otázku opakuje, ale stejně nemá konkrétní představu, jak úlohu dokončit.
Ž33: „*To já nevím.*“	Na základě mého pozorování, mi nepřišlo vhodné se dále snažit žáka instruovat k dalšímu výpočtu. Od počátku pro něj úloha byla náročná.
	Později jsem si uvědomil, že jsem se mohl pokusit o jiný způsob dopomoci, který by možná byl účinnější než tento zvolený postup. Pokud bych doporučil žákovi, aby si strukturoval informace do tabulky a provedl izomorfní výpočet, byl by možná žák schopen úlohu následně vyřešit.

Z analýzy textu v tabulce 11 docházíme k výskytu kritického bodu 1, 4, 9.

Na obrázku 7 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 5. ročníku, Borisem, s popisem a následným komentářem v tabulce 12.



Obrázek 7, úloha č. 3. Řešení Borise

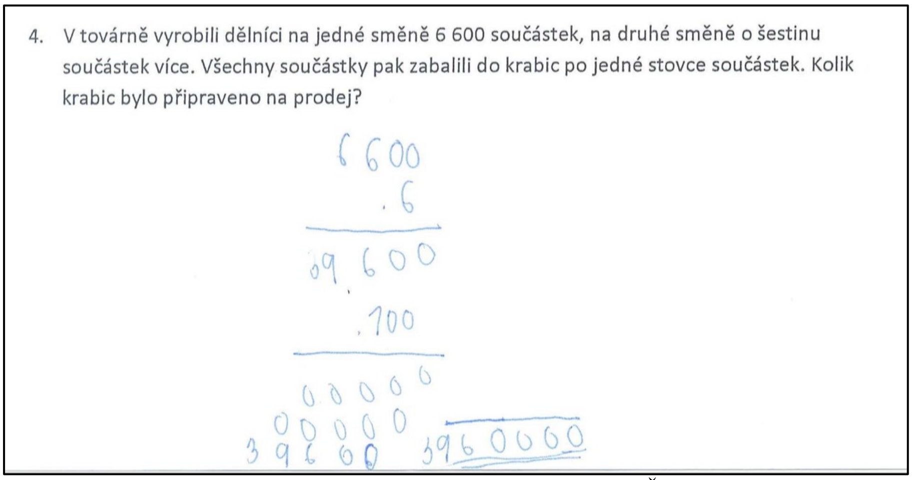
Tabulka 12 Popis Borisova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č. 3	**můj komentář**
Ž34: „*No, to je, že Jitka přečetla knížku, která měla 650 stránek a v pondělí přečetla 50 stránek. Takže, a od úterka do pondělka přečetla stejný počet stránek.*“	Žák vlastními slovy (s oporou v textu) formuluje myšlenky slovní úlohy. Z jeho formulace vyplývá, že má potíže s ujasněním si důležitých informací, kdy zaměňuje některá slova a tím i znesnadňuje hledání řešení. Z následující zjišťovací otázky „*Co máš vypočítat*" je schopen formulovat, na základě textu, otázku.

Ž36: *„Kolik pak přečetla, nebo kolik stránek přečetla v pondělí a v úterý dohromady. No, to je 50krát 6."*	U30: „Proč 50krát 6?“
Ž37: *„No, protože, když je to úterý, a to kolik chybí do neděle, kolik je těch dnů, je 6.“*	Z této odpovědi je zřejmé, že se žák zaměřil na počet dnů, kterým násobil počet stran, o kterých je v textu zmínka. Proto opět zkoumám, jak rozumí položené otázce. U31: *„… ta otázka se ptala na co?"*
Ž38: *„Kolik přečetla stránek za 6 dnů?"*	Je zřejmé, že žák se s úlohou nebyl schopen identifikovat a nepamatuje si, co má vypočítat. Slovní úlohu neuchopil, mění znění úlohy.
Ž39: *„Kolik stránek přečetla v pondělí a v úterý dohromady. A tak kolik přečetla dohromady těch stránek.“*	Žák není schopen v této chvíli zaměřit pozornost za otázku a uchopit její smysl. Pokouším se nahlas parafrázovat a zjednodušit jeho slova, aby slyšel, co říká: U33: *„Kolik přečetla dohromady stránek za kolik dnů?"*
Ž40: *„Za šest."*	Na základě této odpovědi opouštíme tuto slovní úlohu, protože si myslím, že žák není aktuálně schopen zacílit své myšlenky na další práci s úlohou.

Z analýzy textu v tabulce 12 docházíme k výskytu kritického bodu č. 1, 5.

Na obrázku 8 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 5. ročníku, Borisem, s popisem a následným komentářem v tabulce 13.



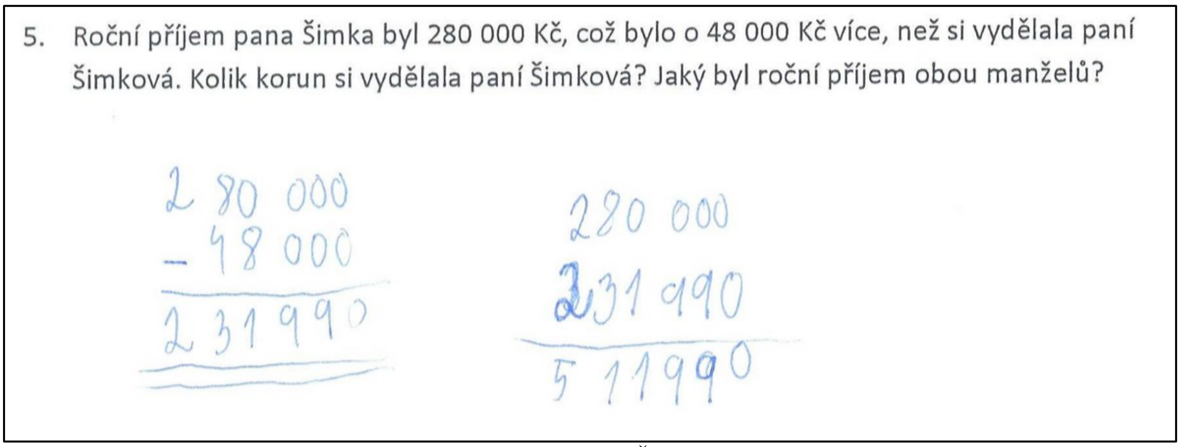
Obrázek č.8, úloha č. 4. Řešení Borise

Tabulka 13 Popis Borisova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č. 4.	**můj komentář**
Ž34: „*No, tam bylo to, v továrně, tam dělali různé šroubky a tak dále a pak kolik těch krabic jakoby vyslali za stovku.*“	Z toho vyjádření slovní úlohy bylo zřejmé, že žák se ani tuto slovní úlohou nebyl schopen uchopit. Posouvá znění úlohy, zaměňuje informace součástky-šroubky, problematická místa nahrazuje slovem *"a tak dále"* a zcela změnil význam otázky, což dokazuje jeho odpověď na otázku: „Co jsi měl zjistit"?
Ž35: „*Pak kolik, pak se ještě musely dát do krabic, ty byly po stovkách, pak měli zjistit, kolik si vydělali, nebo kolik prodali těch krabic.*“	Z tohoto vyjádření je vidět, že žák se zaměřil na slova *„kolik, krabice, stovka, vydělali, prodali".*
Ž37: *„Že pak těch 6 600 se musí koupit, 6krát víc.“*	Zaměňuje 6krát více za šestinu. Teprve na dotaz, jestli je ve slovní úloze použito slovo 6krát víc, žák hledá v textu a nachází informaci o šestině. Zaměřuji se na podstatnou část, zda žák je schopen vypočítat 1/6.
Ž38: „ *... ne, šestinu"*	
Ž40: „*No, krát 6, tak jak to mám?*“	Žákova představa o 1/6 spočívá v násobení 6.
Ž43: „*To ne, ale tam je, že jedna krabice stála stovku.*“ Něco říká velmi překotně, není srozumitelné k přepisu. „*Jedna součástka je jedna krabice sto devadesát, tisíc šest set krabic by to bylo.*“	Z odpovědi je zřejmé, že žák má svou představu o slovní úloze, které není schopen se vzdát. Chybí zkušenost a získaná představa je příliš silná, než aby ji bylo možno změnit.

Z analýzy textu v tabulce 13 docházíme k výskytu kritického bodu č. 1, 4, 8.

Na obrázku 9 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 5. ročníku, Borisem, s popisem a následným komentářem v tabulce 14.



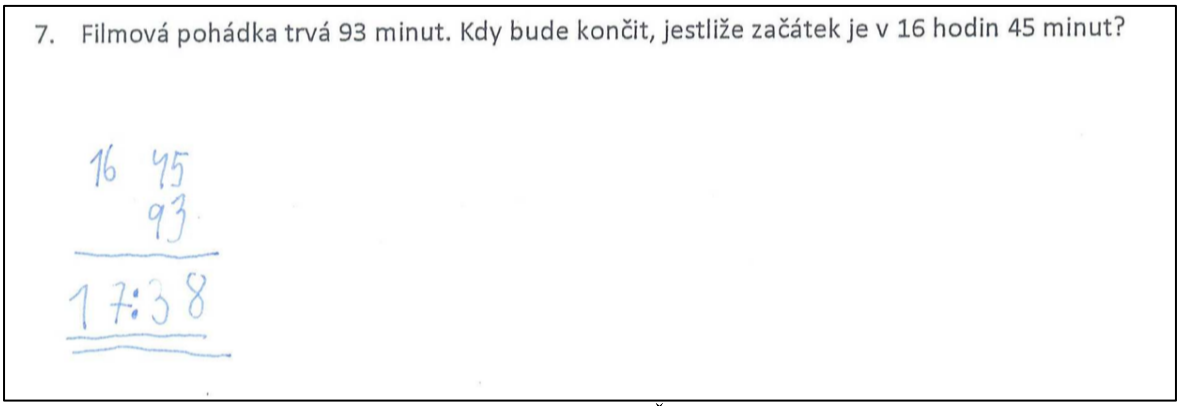
Obrázek 9, úloha č. 5. Řešení Borise

Tabulka14 Popis Borisova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č. 5	**můj komentář**
Ž45: *„Takže jsme měli zjistit, kolik si vydělala paní Šimková.“*	Žák postřehl jeden z cílů, který má vyřešit.
Ž46: „*Kolik korun si vydělala, jak a roční příjem, a to nevím.“*	Postřehl i druhou část otázky, ale rovnou uvádí, že nezná způsob, jak tuto otázku má vyřešit.
Ž48: „*A to se rovná 231 990."*	Algoritmus výpočtu je správný, chyba je numerickém výpočtu. Přes žádost o kontrolu výpočtu žák uvádí, že výsledek je správný. Pokusil jsem se po tomto výpočtu ověřit, zda se podaří žáka motivovat k vyřešení i druhé otázky a zjistit, zda by byl schopen určit algoritmus pro řešení druhé otázky i s ohledem na předchozí numerickou chybu.
Ž55: „*Hm, bylo 231 990 + 280 000.“*	Po upřesnění otázky bez další dopomoci zapisuje příklad a řeší jej. V tomto případě je součet správný s přihlédnutím na předchozí chybný výsledek.

Z analýzy textu v tabulce 14 docházíme k výskytu kritického bodu č. 6.

Na obrázku 10 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 5. ročníku, Borisem, s popisem a následným komentářem v tabulce 15.


7. Filmová pohádka trvá 93 minut. Kdy bude končit, jestliže začátek je v 16 hodin 45 minut?

16 45
93
17:38

Obrázek č.10, úloha č. 7. Řešení Borise

Tabulka 15 Popis Borisova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č. 7	**můj komentář**
Ž62: „*Že filmová pohádka trvala 93 minut a že začínala v 6 hodin a 45 minut, takže jsem si řekl + 93 minut, a to se rovná 17 hodin a 38 minut.*“	Došlo k uchopení slovní úlohy. Je zajímavé, že uvádí začátek v 6:45, přitom v zadání i u příkladu, který má uveden a zapsán, má 16:45. Výpočet ukazuje, že si je vědom nutnosti čas pohádky přičíst k uvedenému času, ale neuvědomuje si rozdílnost daných jednotek. Neuvědomuje si, že v tomto případě je nutno počítat v šedesátkové soustavě. Díky tomu dochází k nesprávnému výpočtu. Mojí snahou je ho přivést na chybu otázkou: *„Dokázal bys ještě vypočítat kolik je těch 93 minut, kolik je to třeba hodin a zbytek minut, anebo převést to na"* žák vstupuje do mé řeči a říká. (komentář v následujícím řádku)
Ž64: „*Tak to by byla jedna hodina a 43 minut.*“	Podle tohoto vyjádření si žák uvědomuje, že 93 min. představuje více než 1 hodinu. Stanovení důvodu chybného výpočtu by bylo pouze spekulativní.

Z analýzy textu v tabulce 15 docházíme k výskytu kritického bodu č. 2, 6.

Na obrázku 11 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 5. ročníku, Borisem, s popisem a následným komentářem v tabulce 16.

8. Z cisterny, ve které bylo 12 hektolitrů vody pro kojence, odebrali dopoledne 580 litrů vody, což bylo o 230 litrů méně, než odebrali odpoledne. Kolik litrů vody v cisterně zbylo?

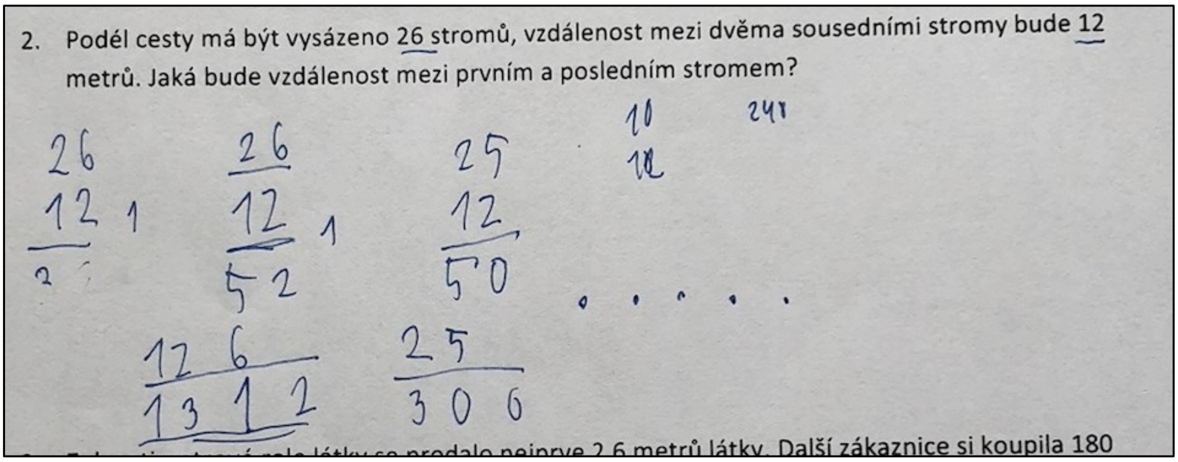
Obrázek č.11, úloha č. 8. Řešení Borise

Tabulka 16 Popis Borisova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.8.	**můj komentář**
Ž66: „No, *já jsem věděl vypočítat, ale hm, 12 hektolitrů to by se muselo převíst na litry, a to mínus těch 230 a to by byl ten výsledek pak.“*	Žák si uvědomuje nutnost převodu jednotek a následně registruje signální slovo "méně". Neregistruje však do kontextu slovo "odebrali". Vzhledem k času, momentálnímu stavu žáka a okolnostem zadání nebylo možné dále v řešení pokračovat.

Z analýzy textu v tabulce 15 docházíme k výskytu kritického bodu č.1, 4, 7.

Na obrázku 12 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 9. ročníku, Borisem, s popisem a následným komentářem v tabulce 17.



Obrázek 12, úloha č. 2. Řešení Borise

Tabulka č.17 Popis Borisova postupu s komentářem

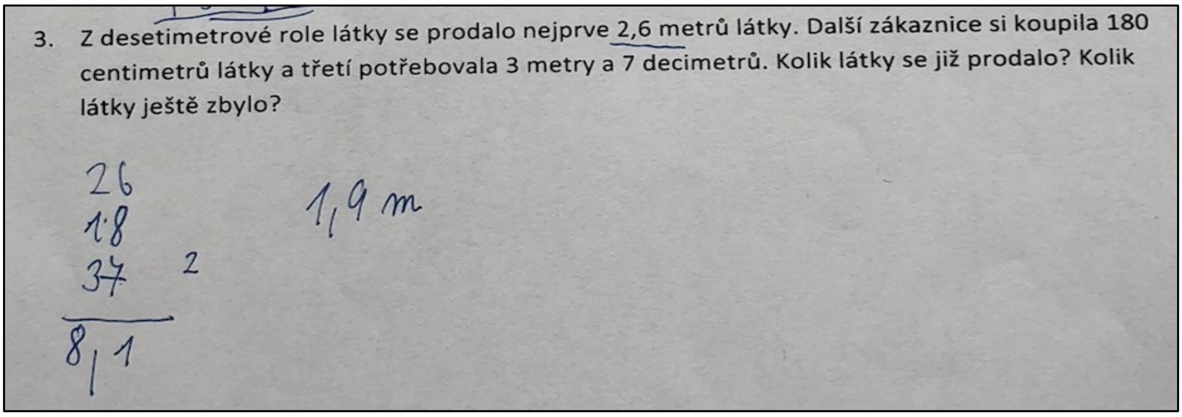
děj, který se odehrává při řešení úlohy č.2	**můj komentář**

č. 2. Zapisuje 26*12 a výsledek komentuje, že *„vzdálenost bude 32 metrů. To je blbost vlastně"*.	Žák si uvědomuje na základě úsudku nesprávné řešení úlohy. Projevuje odhad. U1: *„Proč je to blbost?"*
Ž1: *„Přijde mi to nějak málo, když vlastně je tam 12 metrů mezi stromy."*	U2: *„Co jsi počítal těch 26 a 12?"*
Ž2: *„Je tam 26 stromů a mezi nimi je mezera 12 metrů, tak jsem to dal jako krát."*	Problematické jsou v této chvíli dva momenty. První je v algoritmu násobení, kdy si žák nevybavuje proces operace. Druhý je moment, kdy si žák neuvědomuje situaci, kterou řeší. Správně aplikuje multiplikativní operaci, ale vychází z čísla, který je žákem vnímán jako operátor. Řeším tedy nejprve připomenutí procesu násobení a následně budeme pracovat s obsahem úlohy. U4: *„Jak jsi násobil?"*
Ž4: *„2krát 6 je 12, jedničku si pamatuju a 1krát 2 je 2 a plus jedna je 3."*	Připomínám žákovi způsob na jiném příkladu. Zajímavé je, že i přes připomenutí žák říká, že to vždycky počítá takto. Numerická chyba se opakuje i při dalším výpočtu. Tentokrát dochází k výsledku 1 312 m. Zajímá mě, zda vyšší číslo bude představovat v žákově představě výsledek, který bude akceptovat, nebo jeho odhad i v tomto případě bude správný. U7: *„Myslíš si, že je to reálné?"*
Ž7: *„Podle mě jo, když je tam těch stromů 26 a 12 metrů mezi nimi, tak ano."*	Z odpovědi je možno usuzovat, že větší číslo jako řešení je pro žáka přijatelnější. Odhad v tomto ohledu není přesný. Proto se snažím o zjednodušení odhadu, když uvádím: U8: *"Kdyby těch stromů bylo 10, dokázal bys říct, jaká by tam byla vzdálenost?"*
Ž8: *„Nějakých 600 metrů?"*	U9: *„Když budu mít 10 stromů a mezi nimi 12 metrů."*
Ž9: *„120 ne 1 200 metrů. Nebo ještě jednou."*	Žák zapisuje příklad pro výpočet pod sebou a dochází k výsledku 120. U12: *„Tak je reálné, že by to bylo těch 1 312 metrů?"*

Ž12: *„To ne.“*	U13: *„Ještě bych se zamyslel nad jednou věcí. Když tam je 26 stromů, kolik tam bude mezer mezi stromy?“*
Ž13: *„No, kolik…. 25? No, protože jeden se nepočítá. Si to nedovedu moc představit.“*	U14: *„Mohl by sis to nějak znázornit, jak to vypadá?“*
Ž14: *„Kdybych si představil 3 stromky, kreslí tři tečky, tak tam jsou dvě mezery, takže je to vždycky o půlku.“*	U15: *„Kdyby byly 4 stromy?“*
Ž15: *„Tak dvě, ne tři. Tak vždycky o jednu míň.“*	Žák si díky obrázku vytvořil představu. V dané chvíli pravděpodobně došlo k abstrakčnímu zdvihu.

Z analýzy textu v tabulce 17 docházíme k výskytu kritického bodu č. 1, 6, 9.

Na obrázku 13 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 9. ročníku, Borisem, s popisem a následným komentářem v tabulce 18.



Obrázek č.13, úloha č. 3. Řešení Borise

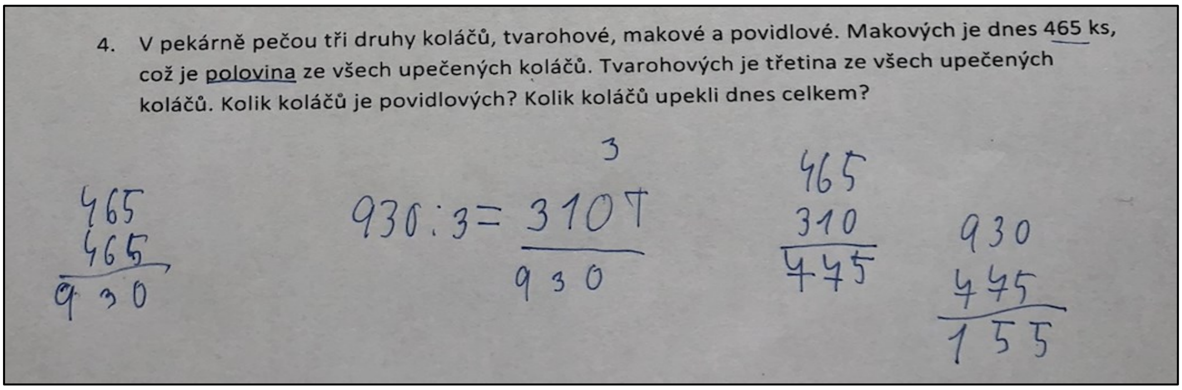
Tabulka 18 Popis Borisova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.3	**můj komentář**

Ž19: *„To jsou úlohy, které moc nedávám, protože jsou dlouhé.“*	Hned v úvodu žák vyjadřuje pochybnost o svých schopnostech vyřešit danou úlohu. Z jeho vyjádření není jasné, jestli má žák na mysli skutečně délku slovní úlohy, nebo délku řešení. Jde totiž o slovní úlohu, která je charakteristická řetězením jednotlivých početních operací a požaduje po žákovi odpovědi na dvě otázky. Co se týká počtu slov, tato slovní úloha obsahuje 34 slov (včetně záznamu čísel) a předchozí slovní úloha měla 23 slov (včetně číselných údajů). Pokouším se tedy o rekonstrukci slovní úlohy. U20: *„Tak to zkusíš? Co víš?“*
Ž20: *„Že se prodalo 2,6 metrů z látky.“*	U21: *„Z čeho prodala látku?“* Touto otázkou se snažím o ujištění, že žák si uvědomuje vstupní informaci a dovede si situaci představit v reálném světě.
Ž22: *„Že si další zákaznice koupila 180 cm a další potřebovala 3 metry a 7 decimetrů. Tak bych si to převedl na stejnou jednotku, abych to mohl počítat.“*	Je zjevné, že žák si uvědomuje výhodu převodu jednotek na stejnou veličinu. U23: *„Výborně. Jakou jednotku by sis zvolil?“* Otázkou diagnostikuji, jestli žák zvolí možnost převodu, kdy bude počítat s desetinnými čísly, nebo upřednostní celá čísla pro aditivní operaci.
Ž23: *„Decimetry. Takže, to by stačilo sečíst a odečíst od těch 10 metrů.“* Zapisuje jednotlivé délky pod sebe a sčítá. Já nevím, jestli jsem to převedl dobře, já vždycky používám takovou tabulku. Ž24: Sčítá, zapisuje 81 a pak vkládá desetinnou čárku. Dostává číslo 8,1. Pak zpaměti počítá a komentuje, že *"z 10metrové role zbylo nějakých 1,9 metrů"*.	U24: *„Výborně jsi to převedl i bez tabulky.“* Z výpočtu je zřejmé, že při výpočtu aditivní operace nemá problém a v dalším kroku si uvědomuje, že pracuje s jednotkami decimetrů, které následně převádí na metry. Následně zpaměti počítá zbytek látky, když odečítá od celkového množství látky, která byla původně v roli. Z úvodní žákovy obavy o výsledek řešení, žák došel ke správnému výsledku. Stačilo pouze žáka zpočátku instruovat o uchopení slovní úlohy. Dále již byl schopen postupovat v řešení samostatně.

Z analýzy textu v tabulce 18 docházíme k výskytu kritického bodu č. 1.

Na obrázku 14 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 9. ročníku, Borisem, s popisem a následným komentářem v tabulce 19.



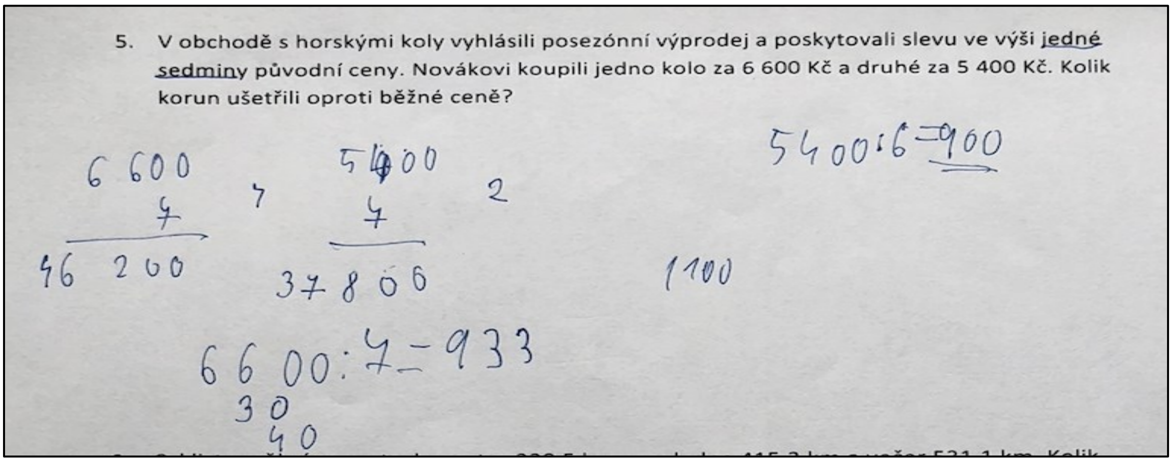
Obrázek č.14, úloha č. 4. Řešení Borise

Tabulka 19 Popis Borisova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.4	**můj komentář**
Čte zadání. Zapisuje pod sebou 465 a 465. Následně komentuje výsledek, *„to jsou všechny kusy. Půlka z toho je těch 465"* a znovu se vrací k textu a čte zadání. Pak zapisuje 930:3=310, pak gumuje nulu a komentuje, *„z těch 930 je to třetina tvarohových, tak to je ten počet"*, ukazuje na číslo 31. *„Přijde mi to málo."*	Z výpočtu je vidět že žák má problém s multiplikativní operací, kdy si není jistý dělením nulou. To dokládá i jeho komentář: *„Přijde mi to málo"* poté, co vygumuje z podílu 0.
Ž30: *„Ano."* Vrací se ke čtení textu. Následně zapisuje pod sebe 465 a 310. Dostává výsledek 775. Pak se vrací k textu a zapisuje 930-775=155. *„Těch povidlových je 155."*	Další postup řešení je správný a dochází k výsledku. Původní domněnka, že předchozí úlohu měl problém vyřešit a označil ji za dlouhou se v tomto případě potvrzuje, protože tato úloha má delší zadání, ale zde nevyjadřuje obavu o její řešení. Přestože se jedná rovněž o řetězení jednotlivých operací, které obsahují jak multiplikativní, tak aditivní operace, úlohu vyřešil s drobnou dopomocí při dělení. Je také zajímavé, že pro výpočet celku použil aditivní operaci.

Z analýzy textu v tabulce 19 docházíme k výskytu kritického bodu č. 9.

Na obrázku 15 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 9. ročníku, Borisem, s popisem a následným komentářem v tabulce 20.



Obrázek č.15, úloha č. 5. Řešení Borise

Tabulka 20 Popis Borisova postupu s komentářem

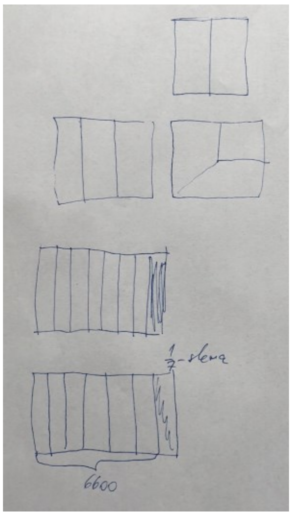
děj, který se odehrává při řešení úlohy č.5	**můj komentář**
Žák čte zadání úlohy č.5. *„To je vlastně po tý slevě, takže krát 7, abych věděl tu původní cenu.“* Zapisuje 6 600krát 7 = 46 200. Přemýšlí a dále zapisuje podle stejného modelu 5 400krát 7 = 37 800. *„Takže to je ta původní cena.“* Ukazuje na výsledky. *„Teď ještě odečíst tu slev, abychom věděli, kolik se ušetřilo.“*	Úvaha o postupu řešení je u žáka správná, jak vyplývá z komentáře. Problematická je však chybná představa o výpočtu celku-původní ceny. To, nač reaguje žák je číslo 1/7, a proto se rozhodne násobit novou cenu číslem 7. U31: *„Kdyby ta sleva byla ve výši 1/5, byla by ta sleva větší nebo menší?“* Otázka směřuje ověření, zda má žák vybudovanou správnou představu o velikosti zlomku.
Ž32: *„Byla by nižší.“*	Z odpovědi je zřejmé, že velikost čísla nesprávně chápe jako velikost zlomku. To potvrzuje v odpovědi na otázku: U32*: „Kdyby ta sleva byla ve výši ½, byla by větší nebo menší?“*
Ž33: *„Tak by byla pořád nižší. To je přece pořád 1/7 větší než ½.“*	Tato odpověď jasně deklaruje chybnou představu o porovnávání zlomků. Pokouším se tedy žáka přivést k uvědomění si stavu: U34: *„Jak bys to znázornil graficky? Pomocí obrázku, kolik je 1/7?“*

Ž35: *„To asi ne. Nebo, jako nakreslit kruh a rozdělit na 7 dílů?"*	Žák zakresluje model kruhu, ve kterém se mu nedaří vyznačit sedminy. Proto jej povzbuzuji, aby zvolil jednodušší model obrázku. Opět se potvrzuje, že žáci převážně pracují s modelem kruhu, přestože je pro znázornění některých situací náročný.
Ž36: Kreslí obdélník a rozděluje na 10 částí.	U36: *„Když mám slevu ve výši 1/7, jakou část bude tvořit celek?"*
Ž37: *„No, to nevím právě."*	Nabízím žákovi pomoc pro připomenutí si a vybavení si představy o možném rozdělení celku, aby žák byl schopen vyvodit představu, která je v dané úloze. Také je mým cílem ukázat žákovi jiný model pro znázornění zlomků, který v dalších případech může pomoci ke srozumitelnějšímu obrázku, se kterým žák bude pracovat s porozuměním a stane se tak efektivnějším nástrojem, kterému žák rozumí. U37: *„Možná jsem se vyjádřil špatně. Představ si tento čtverec."* Na papír kreslím čtverec. *„Tento čtverec chci rozdělit na poloviny. Jak bys ho rozdělil na poloviny?"*
Ž38: *„Dal bych ho takhle napůl."* Vyznačuje čarou poloviny.	Žák vyznačuje bez problémů uvedené části, stejně jako v případě třetin. Z mého pohledu se žák orientuje a přecházíme zpět k zadání v úloze. U42: *„Takže když vím, že sleva je ve výši 1/7, jaký bude celek? Kolik tam bude těch políček?"*
Ž43: *„Tak tam bude sedm políček."*	U45: *„My víme, že ta sleva byla ve výši 1/7. Která část na tom modelu by byla ta 1/7? Zkus ji vyznačit."* Cílem úkolu pro žáka je, aby si uvědomil původní cenu (celek), ze kterého vychází cena nová. U tohoto zadání si žáci musí uvědomit, že zboží bylo zlevněno o 1/7 a nová cena představuje nyní 6/7. Právě vyznačením 1/7 by si žák měl tuto skutečnost uvědomit, a přestože by nebyl schopen najít matematický zápis pro výpočet, obrázek by mu mohl posloužit jako způsob pro nalezení

	řešení.
Ž47: *„Vlastně ne, to by byl jenom ten jeden dílek.“* Vyznačuje poslední dílek na obrázku.	U47: *„Takže tohle celé, celý ten obrázek, byla ta původní cena, ano? Teď víme, že ta nevybarvená část je“* … (žák vstupuje do řeči-nastává možný „AHA efekt“)
Ž48: vstupuje do řeči a říká: *„Už to chápu, to je cena bez tý slevy.“*	Dochází k pochopení situace. U48: *„To je kolik?“*
Ž49: *„To je těch 6 600. Takže bych měl dát spíš děleno.“* Zapisuje 6 660:7 = 933. *„Nějak takhle, ale“* (má pochybnost o výsledku)	Žák se pokouší o matematický zápis pro vyřešení výše 1/7. U50: *„Pojďme se ještě vrátit k tomu obrázku. Řekli jsme, že toto je sleva ve výši 1/7. Jakou hodnotu má těchto 6 nevybarvených polí?“*
Ž51: *„Těch 6 600.“*	Z pohledu žáka nastává vhled do situace. U51: *„Když těchto 6 polí má hodnotu 6 600, jakou hodnotu má každé jedno pole?“*
Ž53: *„Vlastně bych to dělil 6. Takže by to bylo 1 100, každej kus.“* (Výpočet provedl zpaměti)	Došlo k pochopení této situace. Dá se předpokládat, že podle stejného modelu bude žák řešit i druhou otázku, která se liší pouze cenou.
Ž54: *„Taky 1 100. Takže se to zdraží o 1 100. A pak je tady to druhý kolo, který stojí 5 400. To je taky o 1/7, tak se to rozdělí na 7 kousku, jeden se nepočítá, takže to bych mohl vydělit.“* Zapisuje 5 400:6 = 900. *„Takže to je nějakých 900.“*	Žák aplikuje získaný poznatek na druhou úlohu a zapisuje řešení a dochází k výsledku.

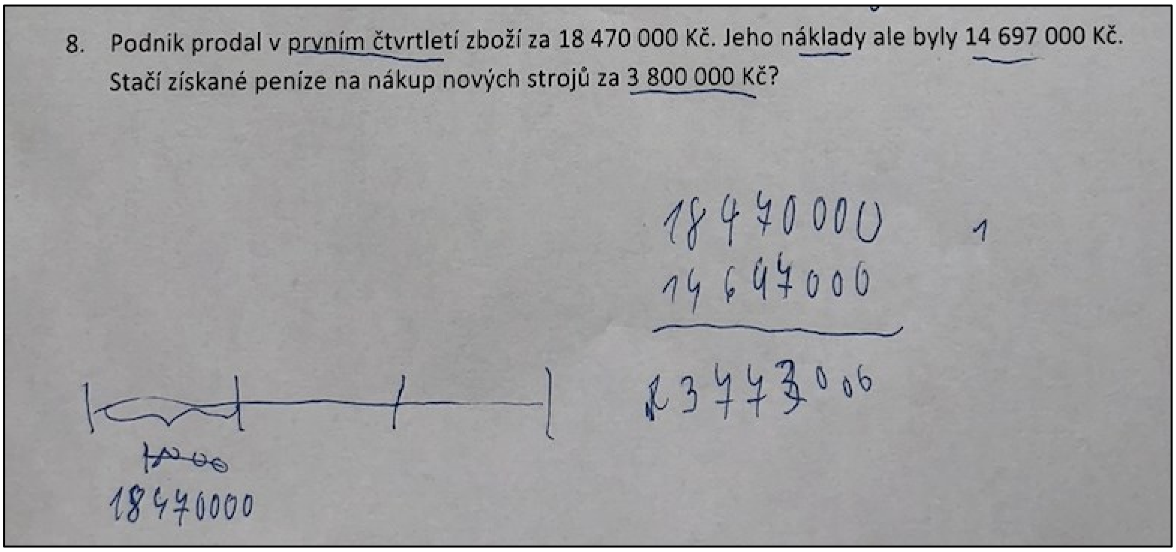
Z analýzy textu v tabulce 20 docházíme k výskytu kritického bodu č. 8.

Na obrázku 16 vidíme ukázku vizualizace Borise k úloze č. 5.



Obrázek 16, pomocný list Borise

Na obrázku 17 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 9. ročníku, Borisem, s popisem a následným komentářem v tabulce 21.



Obrázek č.17, úloha č. 8. Řešení Borise

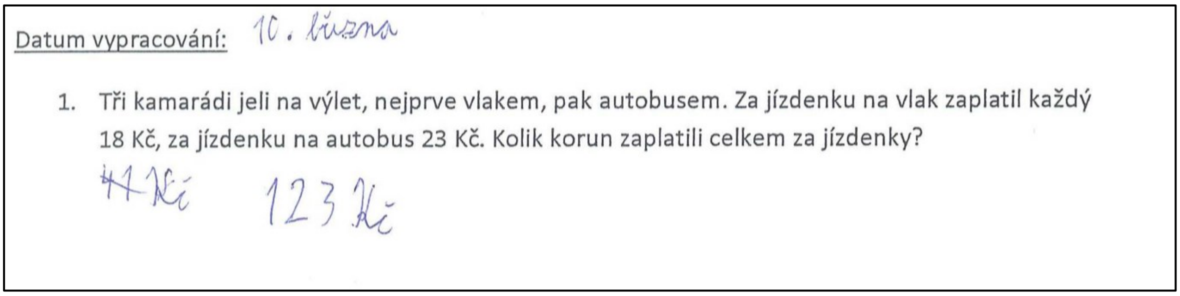
Tabulka 21 Popis Borisova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.8	**můj komentář**
Ž62: *„Jo, tak zase si vypočítám, kolik je ta ¼ a pak kolik je ten celek a odečíst ten výdaj a pak náklady a sečíst, jestli by to zaplatilo.“*	Je zajímavé, že žák v podvědomí má pravděpodobně silně umocněnu úlohu se zlomky, a tak místo čtvrtletí, mluví o 1/4. Z dalšího rozhovoru vyplývá, že pojmu čtvrtletí rozumí. V další fázi řešení pracuje již jen s potřebnými údaji.

Ž67: *„Ne.“*	Chybějící znaménko vychází z žákových specifických potíží. Z výpočtu je však zřejmé, že provádí aditivní operaci, která je správná pro vyřešení úlohy. Zapisuje čísla pod sebe a nezapisuje znaménko. Dopouští se numerické chyby v řádu tisíců a miliónu. Po upozornění chyby opravuje a pak sděluje, že peníze na nákup nestačí

Z analýzy textu v tabulce 21 docházíme k výskytu kritického bodu č. 1, 9.

Na obrázku 18 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 5. ročníku, Cyrilem, s popisem a následným komentářem v tabulce 22.



Datum vypracování: 10. března

1. Tři kamarádi jeli na výlet, nejprve vlakem, pak autobusem. Za jízdenku na vlak zaplatil každý 18 Kč, za jízdenku na autobus 23 Kč. Kolik korun zaplatili celkem za jízdenky?

41 Kč 123 Kč

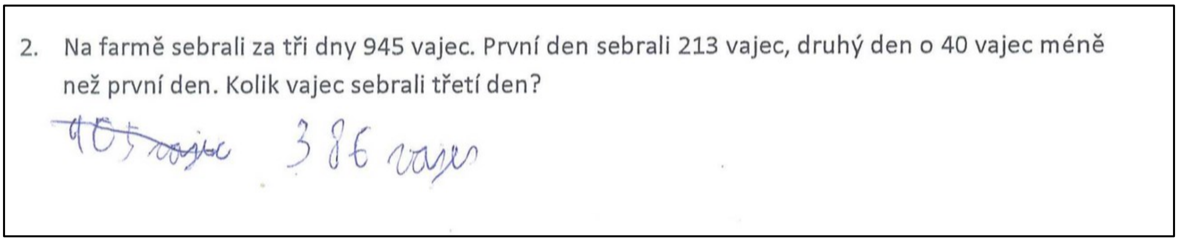
Obrázek 18, úloha č. 1. Řešení Cyrila

Tabulka 22 Popis Cyrilova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.1	**můj komentář**
Ž3: „*Ti tři kamarádi, nejdřív jeli tím vlakem to platili 18 korun a v autobuse taky 18 a v autobuse 23**18 + 23 = 41.“	U žáka došlo k uchopení slovní úlohy. Přes nepřesné verbální vyjádření provedl výpočet bez písemné opory a zapsal výsledek. Následuje má otázka: U4*: „… všichni 3 zaplatili 41 korun?“*
Ž4: „*Hm, za jízdenku autobusem i vlakem."*	Žák reaguje pouze pravděpodobně na svou ústřední myšlenku, kterou byla informace, že jeli vlakem a autobusem. Proto zjednodušuji otázku: U5: *„Všichni 3?"*
Ž5: *„Jo, všichni 3."* Přemýšlí a pak zapisuje 123, všichni.	Reakce žáka je okamžitá v odpovědi, ale následně se zamyslí a zapisuje číslo 123. Opět bez písemné opory. U6: *„Jak jsi na to přišel?"* Zajímá mě, jakou zvolil strategii výpočtu, zda násobil zpaměti, nebo čísla sčítal.
Ž6: *„41krát 3 je 123."*	Použil multiplikativní operaci.

Z analýzy textu v tabulce 22 docházíme k výskytu kritického bodu č. 5, 6.

Na obrázku 19 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 5. ročníku, Cyrilem, s popisem a následným komentářem v tabulce 23.


2. Na farmě sebrali za tři dny 945 vajec. První den sebrali 213 vajec, druhý den o 40 vajec méně než první den. Kolik vajec sebrali třetí den?

~~905 vajec~~ 386 vajec

Obrázek 19, úloha č. 2. Řešení Cyrila

Tabulka 23 Popis Cyrilova postupu s komentářem

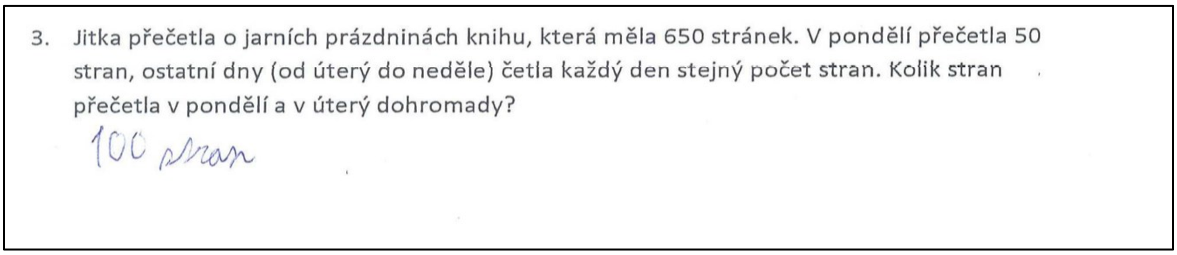
děj, který se odehrává při řešení úlohy č.2	**můj komentář**
Žák má zapsán pouze výsledek.	Vzhledem k zapsanému číslu, opět bez jakéhokoli písemného záznamu, ověřuji, co žák uchopil ze slovní úlohy a proč zapsal výsledek 905.
Ž8: *„Kolik sebrali vajec třetí den."*	U8: *„A jak jsi přišel na to, že to bylo 905 vajec?"* Z výsledku se dá predikovat, že žák reagoval na signální spojení „o 40 vajec méně."
Ž9: *„Aha, druhý den o, že jsem 40–945 je 905."* (říká si něco pro sebe)	Potvrzuje se má domněnka, jak došel k výpočtu. Zajímavé je, že pro výpočet používá obrat 40-905. Snažím se o celou rekonstrukci slovní úlohy, abych věděl, jak žák rozumí jednotlivým informacím složené úlohy. U9: *„Co víš?"*
Ž10: *„Že se sebralo za 3 dny 945 vajec a tím pádem sebrali, druhý den sebrali míň, než ten 3. Že druhý den sebrali 213 vajec a druhý den sebrali o 40 vajec méně."*	Při rozboru se žák opírá o znění textu, ale jeho sdělení je velmi neobratné. V delším textu s větším množstvím informací se ztrácí, i když se snaží vybírat pouze klíčové pasáže textu. Je tedy nutné zvolit jednoduché a stručné otázky na jejichž základě se pokusím žákovi umožnit najít konečné řešení. U10: *„Takže první den sebrali kolik vajec?"*
Ž11: *„eee, 213."*	Následuje další dílčí otázka. U11: *„Druhý den?"*

Ž12: *„213"*	Nechávám informaci o správnosti bez zásahu, protože ve strategii mám otázku na počet sebraných vajíček třetí den. Mým cílem je následně nechat žáka, aby provedl kontrolu součtu všech tří dnů podle jeho výpočtů, díky kterému se sám přesvědčí, jestli jsou jeho předpoklady správné. Proto se ptám na počet sebraných vajíček třetí den. U:12 *„A třetí den?"*
Ž13: *„213, druhý den o 40 méně, (přemýšlí) 160 vajec druhý den."*	Žák se po odpovědi zamýšlí nad svou odpovědí a pravděpodobně si uvědomuje svůj chybný úsudek. Následně pak odpovídá 160, který by mohl odpovídat tomu, že od 213 odečítá 40, což je v textu uvedeno slovy o 40 vajec méně. Zde však dochází k numerické chybě. Pro zjištění skutečného důvodu se ptám: U13: *„Jak jsi na to přišel?"*
Ž14: *„213, 40, 173 vajec."*	V této chvíli žák odhaluje svou numerickou chybu a opravuje svůj předchozí výpočet. Chci si ověřit, zda toto číslo žák považuje za konečný výsledek, nebo zda si uvědomuje průběžný výsledek. Proto se ptám na to, zda ví, kolik vajíček sebrali třetí den. U:14 *„A kolik sebrali ten třetí den?"*
Ž15: *„386."*	Žák přichází s odpovědí 386, což je výsledkem součtu 213+173. Žák tedy ve své úvaze sečetl počet sebraných vajíček z prvního dne a počet vajíček druhého dne. Neodhalil, že jeho předchozí výpočet je nutné odečíst od celkového počtu, stejně jako bylo nutné dále odečíst od celkového počtu počet sebraných vajíček z prvního dne. Zda si tento fakt uvědomuje, reaguji otázkou: U16: *„Ten výsledek, co jsi napsal je co?"*
Ž18: *„Že sebrali za 3 dny, 386 vajec."*	Odpověď, vzhledem k předchozím vyjádřením, nemusí znamenat to, co si žák opravdu myslí. Je možné, že se pouze neobratně vyjádřil. Proto kladu otázku, abych se ujistil, co skutečně odpovědí prezentuje.

	U18: *„Za tři dny nebo třetí den?"*
Ž19: *„Za tři dny."*	Z odpovědi není jasné, jak ve skutečnosti žák chápe svůj operační postup a zda skutečně ví, co průběžně počítá. Dá se předpokládat, že žák má problém i s krátkodobou pamětí, protože ve všech předchozích úlohách jeho odpovědi vykazují nejednoznačná vyjádření. Pokouším se ještě jednou vrátit se k textu zadání úlohy. U19: *„Tady máš ale napsáno, že ze 3 dny sebrali 945 vajec a ta otázka se tě ptá na co?"*
Ž20: *„Jo, kolik sebrali třetí den. Těch 173 vajec. Po odmlce říká: 213 sebrali třetí den, když druhý den o 40 méně."*	Žák se opět vrací ve své úvaze pouze k uvedeným veličinám a vůbec nereflektuje své předchozí výpočty. Znovu kladu otázku zaměřenou na počet sebraných vajíček třetí den. U20: *„Tak ještě jednou, ten třetí den sebrali kolik těch vajíček?"*
Ž21: *„245."*	Z odpovědi je zřejmé, že aktuální soustředění žáka je zablokováno, proto opouštíme řešení této úlohy.

Z analýzy textu v tabulce 23 docházíme k výskytu kritického bodu č. 1, 2, 5, 6.

Na obrázku 20 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 5. ročníku, Cyrilem, s popisem a následným komentářem v tabulce 24.


3. Jitka přečetla o jarních prázdninách knihu, která měla 650 stránek. V pondělí přečetla 50 stran, ostatní dny (od úterý do neděle) četla každý den stejný počet stran. Kolik stran přečetla v pondělí a v úterý dohromady?

100 stran

Obrázek 20, úloha č. 3. Řešení Cyrila

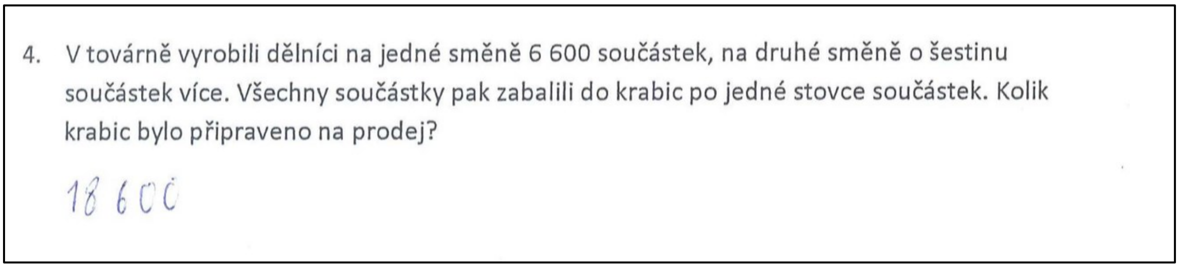
Tabulka 24 Popis Cyrilova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.3	**můj komentář**
Žák má opět uveden pouze výsledek u slovní úlohy.	Otázka směřuje k poskytnutí prostoru pro jeho argumentaci. U21: *„... jak jsi dospěl k tomu číslu, výsledku 100 stran?"*

Ž22: *„Že Jitka přečetla 650 stran, v pondělí přečetla 50 a od úterý do neděle, čte furt stejný počet stran.“*	Žák opakuje zadání a částečně upřesňuje svou úvahu. Chci znát tedy přesnější informaci o výpočtu. U22: *„Takže jak jsi dospěl k těm 100 stranám?"*
Ž23: *„Že 50+50 je 100.“*	Ze zdůvodnění je zřejmý chybný úsudek, který vychází ze signálního slova „stejný počet stran."

Z analýzy textu v tabulce 24 docházíme k výskytu kritického bodu č. 1, 2, 5.

Na obrázku 21 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 5. ročníku, Cyrilem, s popisem a následným komentářem v tabulce 25.



4. V továrně vyrobili dělníci na jedné směně 6 600 součástek, na druhé směně o šestinu součástek více. Všechny součástky pak zabalili do krabic po jedné stovce součástek. Kolik krabic bylo připraveno na prodej?

18 600

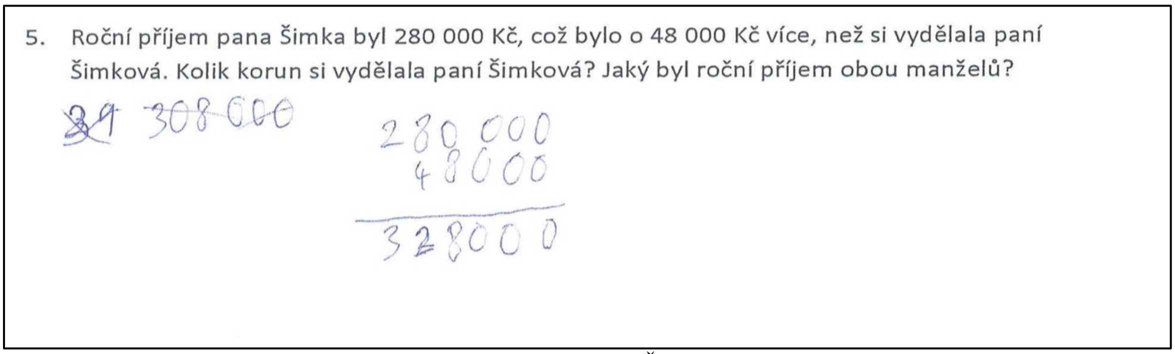
Obrázek 21, úloha č. 4. Řešení Cyrila

Tabulka 25 Popis Cyrilova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.4	**můj komentář**
U slovní úlohy je opět výsledek bez jakéhokoli výpočtu.	U23: *„Dobře.“* K úloze č.4. *„Tady máš napsáno číslo 18 600, to znamená co? Spíš, jaká byla otázka, co jsi měl zjistit?"*
Ž24: *„V kolik krabicích překo... součástek. Eee bylo připraveno na prodej."*	Z odpovědi žáka je zřejmé, že se soustředí na závěr textu, kde opakuje otázku. U25: „Jak jsi k tomu dospěl?“
Ž26: *„Že 6 600krát 3 je osmnáctšestset krabic."*	Zajímavé je, že žák provedl operaci s násobením, přestože v textu je uvedeno o šestinu *„více*". Výsledek navíc obsahuje numerickou chybu. Na dotaz, *„proč násobil třemi*" odpověděl. (viz další řádek)
Ž27: „*Že na, tady to,* (přemýšlí) *ehm, nevím. Jsem to tak nějak sečet trochu. Spočítal jsem to takhle.“*	Protože není schopen zdůvodnit svou úvahu, pokračujeme k další slovní úloze.

Z analýzy textu v tabulce 25 docházíme k výskytu kritického bodu č. 2, 4, 6, 8.

Na obrázku 22 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 5. ročníku, Cyrilem, s popisem a následným komentářem v tabulce 26.


5. Roční příjem pana Šimka byl 280 000 Kč, což bylo o 48 000 Kč více, než si vydělala paní Šimková. Kolik korun si vydělala paní Šimková? Jaký byl roční příjem obou manželů?

~~31~~ ~~308 000~~

280 000
48 000
328000

Obrázek 22, úloha č. 5. Řešení Cyrila

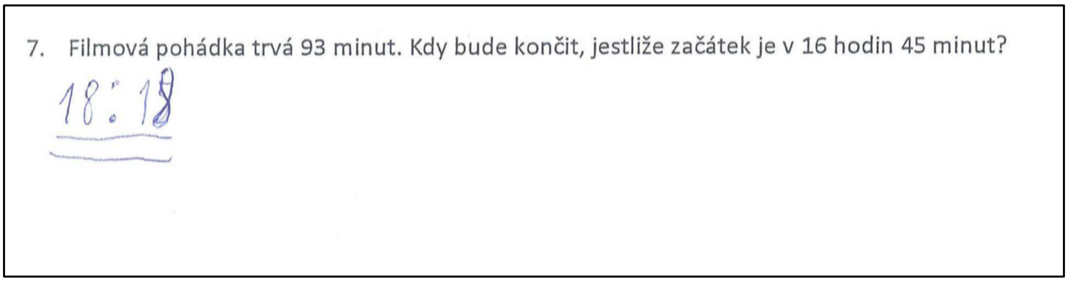
Tabulka 26 Popis Cyrilova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.5	**můj komentář**
U slovní úlohy je tentokrát uveden výpočet.	Z uvedeného záznamu je zřejmé, že žák reaguje na signální slovo v textu "více", a proto sčítá výdělek pana Šimka s uvedenou částku 48 000 Kč. Ze zápisu je vidět, že si žák uvědomuje "velká" čísla a ve snaze předejít chybě v numerickém výpočtu, si čísla již zapsal pod sebou. Je také zřejmé, že nedokáže simplifikovat uvedená čísla. Ověřuji dotazem, zda je to skutečně konečný výsledek a zároveň se snažím vést diskuzi, která by mohla u žáka vést k uvědomění si některých souvislostí, které si v samostatném řešení neuvědomil. U29: *„K jakému jsi dospěl závěru?"*
Ž30: *„30 000, 300 000, 300, 300 tisíc, 320 800, 8 000."*	Žák má problém s verbalizací čteného čísla, což potvrzuje původní domněnku, proč čísla zapsal a počítal pod sebou. Další otázkou interpretuji jeho odpověď, aby si žák uvědomil, co vypočítal. Interpretuji výsledek za žáka, aby se mohl soustředit jen na podstatu a nevyčerpával se soustředěním na interpretaci textu. U33: *„...To je výsledek, který říká, že dohromady si manželé vydělali, je to tak? A jak jsi k němu dospěl?"*

Ž34: *„Že paní Šimáková si vydělala, hm, 208 tisíc a pan Novák, pan Šimák, vydělal dv, čt, 40 tisíc 800, 40, 48 000, vydělal pan Šimák."*	Vzhledem ke stále zhoršujícím se odpovědím, které signalizují vyčerpání žáka, pokračujeme bez dalšího rozboru k další úloze. Protože v úloze č.6 je vidět, že řešení je správné a je zde uveden i postup úvahy, úlohu vynechávám z rozboru. Zde svou roli mohla sehrát zkušenost s vědomím kontextu, kdy je v textu zmínka o nejvyšší hoře světa.

Z analýzy textu v tabulce 26 docházíme k výskytu kritického bodu č. 5, 7.

Na obrázku 23 vidíme ukázku správného řešení úlohy č.7, žákem Cyrilem, s popisem a následným komentářem v tabulce 27.



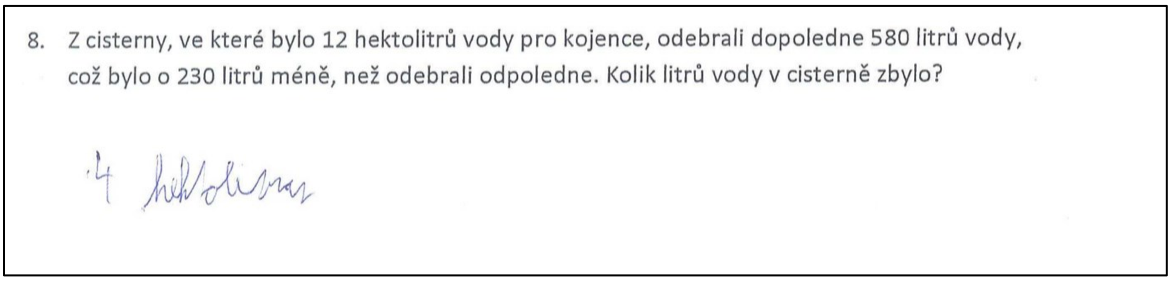
Obrázek 23, úloha č. 7. Cyrilovo řešení

Tabulka 27 Popis Cyrilova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č. 7	**můj komentář**
V zápisu je opět uveden jen výsledek, který je tentokrát i podtržen.	U:34 *„...Zkus mi říct, jak jsi dospěl k výsledku 18:15 minut?"* Opět zjišťuji úvahu žáka, která jej vedla k uvedenému výsledku.
Ž35: *„Protože filmová pohádka trvala 93 minut a když začala v 16 hodin 45 minut, tak by to bylo 18:15 minut, protože hodina má 60 minut a plus 40 a zbylo mi ještě 40 minut a plus 40, to je taky jedna hodina a 10 minut a plus ještě ty minuty takže 3 + 5, jo."* (přepisuje 15 minut na 18 minut).	Z vyjádření je zřejmé, že si žák uvědomuje nutnost převodu minut na hodiny. Přestože mluví o 60 minutách a zbytku 40 minut, výsledek je správný. Vzhledem k předchozím, ne vždy srozumitelným vyjádřením, je možné, že se žák nevyjadřuje verbálně přesně, ale jeho úvaha je správná.

Úloha je vyřešena správně. Zařazuji z důvodu strategie, kterou žák zvolil při výpočtu, který se odehrával jen v jeho myšlenkách.

Na obrázku 24 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 5. ročníku, Cyrilem, s popisem a následným komentářem v tabulce 28.



8. Z cisterny, ve které bylo 12 hektolitrů vody pro kojence, odebrali dopoledne 580 litrů vody, což bylo o 230 litrů méně, než odebrali odpoledne. Kolik litrů vody v cisterně zbylo?

4 hektolitry

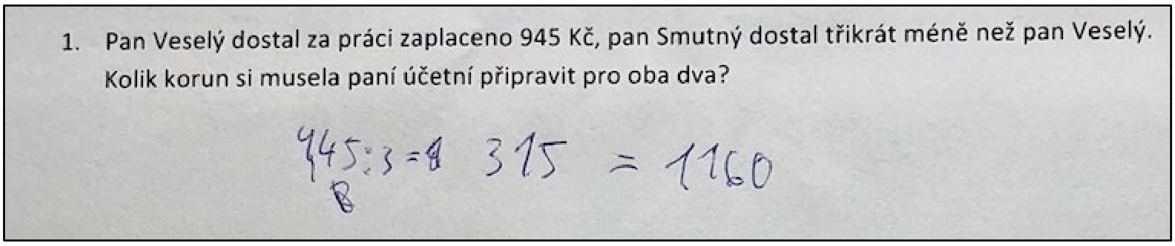
Obrázek 24, úloha č. 8. Řešení Cyrila

Tabulka 28 Popis Cyrilova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.8	**můj komentář**
Jako řešení je opět pouze uvedeno číslo s jednotkou.	Ověřuji otázkou, zda žák věděl, co má vypočítat. U36: *„... co jsi měl zjistit?"*
Ž37: *„Kolik zbylo vody v litru. Kolik vody zbylo v cisterně, vody."*	Odpověď signalizuje zaměření se na jednotky, se kterými pravděpodobně počítal. Další otázka tedy směřuje na jeho úvahu při výpočtu. U37: *„A na to jsi přišel jak?"*
Ž38: *„Že 230 + 580 je 700, 800, 710."*	Operace s čísly naznačuje, že zde si pravděpodobně uvědomil nutnost inverzní operace, aby zjistil množství odebraných litrů dopoledne. Následně se opravuje při výpočtu a opravuje výsledek na 810. Další otázka směřuje k další operaci, kterou ve své úvaze žák provedl. U40: *„... a jak tedy mohly zbýt v nádrži 4 hektolitry?"*
Ž40: *„Že jsem si převedl na hektolitry a bylo jich 12, takže mi zbyly 4, když 8 jich bylo a (není srozumitelné) 4 hektolitry."*	Z tohoto zdůvodnění je zřejmé, že žák zaokrouhlil 810 litrů na 8 hl, které následně odčítal od původních 12 hl, a proto mu vyšly 4 hl. Ze zdůvodnění je vidět, že v úvaze vynechal informaci o dopoledním odběru. Dá se předpokládat, že si uvědomuje převodní vztahy mezi hl a l. Úvaha o řešení úlohy v tomto případě byla správná, nicméně díky nezohledněné informaci v řetězení slovní úlohy nebylo řešení úplné.

Z analýzy textu v tabulce 28 docházíme k výskytu kritického bodu č. 2, 5, 6.

Na obrázku 25 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 9. ročníku, Cyrilem, s popisem a následným komentářem v tabulce 29.



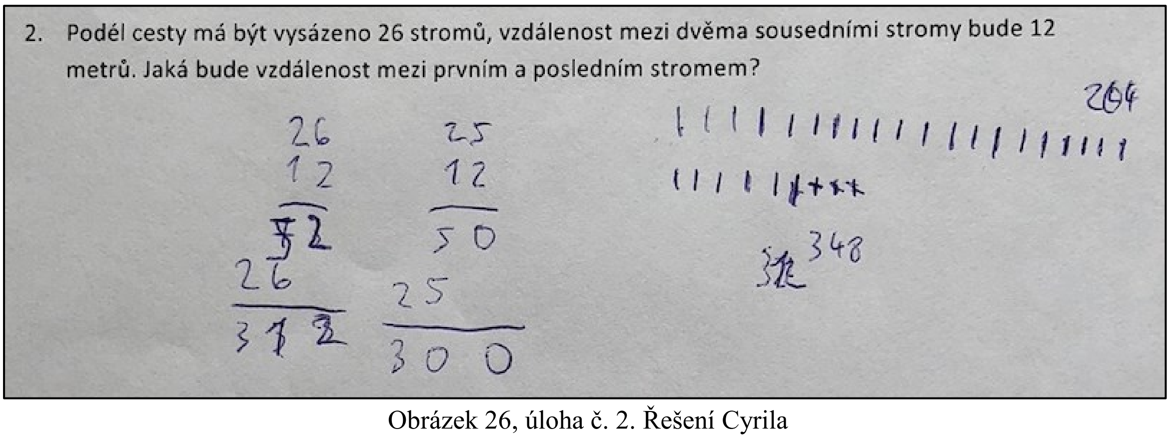
Obrázek 25, úloha č. 1. Řešení Cyrila

Tabulka 29 Popis Cyrilova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.1	**můj komentář**
Ž: U zápisu 945:3 zapisuje za znaménko = 3 a následně říká *„45:3“* přemýšlí a po chvíli sděluje výsledek 15, který zapisuje do podílu. *„Takže pan Smutný, nebo co to bylo, dostal 315 korun. Učitelka musela připravit pro oba, aha, tak ještě musím vypočítat.“* Zapisuje znak = a píše číslo 1 160. „*Takže paní učitelka musela připravit pro oba 1 160 korun. Tak a pokračuju dál.*“	Zajímavé je, že žák nepostupuje v dalším algoritmu výpočtu podílu, ale hledá podíl výpočtem dvojciferného čísla. Výpočtem podílu dostává číslo, u kterého si neuvědomuje, co v procesu řešení znamená. Následně reaguje na otázku ze zadání úlohy a sčítá podíl s celkovou částkou jednoho zaměstnance. Zajímavé je, že mluví o paní učitelce, a ne o účetní.

Z analýzy textu v tabulce 29 docházíme k výskytu kritického bodu č. 5, 6, 9.

Na obrázku 26 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 9. ročníku, Cyrilem, s popisem a následným komentářem v tabulce 30.



Obrázek 26, úloha č. 2. Řešení Cyrila

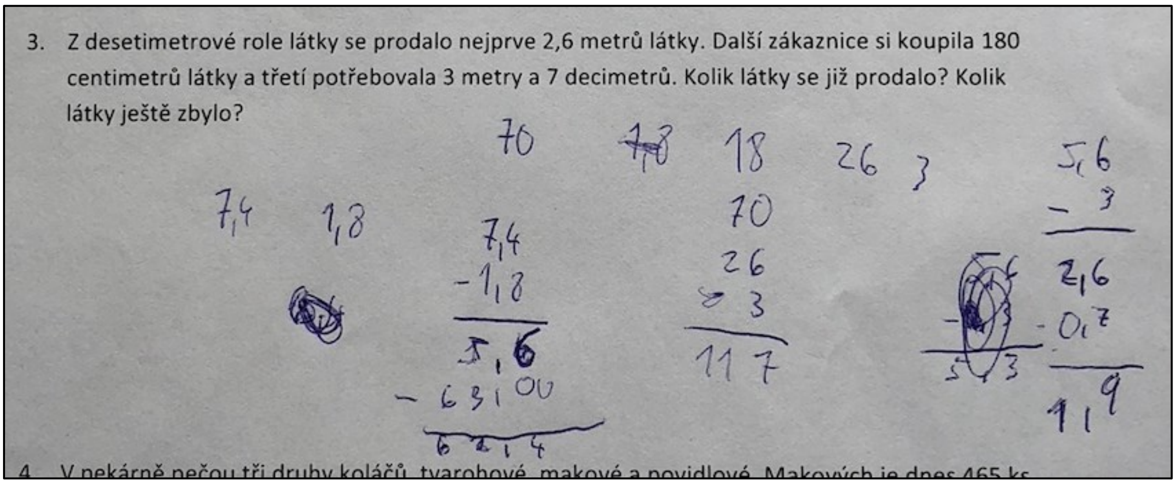
Tabulka 30 Popis Cyrilova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.2	**můj komentář**

Po letmém přečtení komentuje úlohu slovy: Ž2: *„To je hrozná úloha tady ta."*	Žák po přečtení vyjadřuje obavu z řešení, přitom zadání slovní úlohy není nijak složité. Na dotaz U3: *„V čem je problematická ta úloha?"*
Ž4: *„Já nevím, ale pamatuju si ji."*	Je zajímavé, že si žák pamatuje typ slovní úlohy, ale přes zkušenost, vyvolává tento typ úlohy obavy.
Ž5: *„Když bude první strom od druhého 12 metrů, tak to vynásobíme 12*26."* Zapisuje a počítá. *„Tak to bude 333 metrů."*	Z uvedeného postupu je zřejmé, že žák si předešlou zkušenost neuchoval a je možno říci, že se jedná o formální poznatek, pracuje na úrovni izolovaného modelu. Další otázka směřuje k tomu, aby si žák ověřil správnost své úvahy, která se opírá o výpočet 26*12.
Ž5: *„Že bych šel, jeden strom 12, další strom 14, eee, 24, pak další 36 a tak dále, až bych se k tomu dopočítal."* (Mezitím si úlohu vizualizuje.)	Z uvedeného postupu je vidět, že žák postupuje procesuálním způsobem, kdy říká *„Že bych šel..."*. Při ověření si postup graficky znázorňuje na papír.
Ž6: Zapisuje další čárky a zpaměti připočítává násobky čísla 12. *„Trošičku jsem přetáhl počet stromů."* Počítá znovu počet stromů a vyznačuje počet 26. *„Takže dáme prostě mínus."* Odčítá od konce a dochází k číslu 312.	Dochází k situaci, kdy pamětně občas zapomíná na výsledek až se dostává k číslu 348, které zapisuje a začíná počítat počet zakreslených stromů. V dalším postupu se dostáváme k situaci, která mapuje představu reálné situace. U13: *„Bude tam stejný počet stromů a mezer?"*
Ž13: *„Jo, počkat ne. Těch mezer bude trošičku víc."*	Odpověď naznačuje chybnou představu nebo také může vycházet z odpovědi, kdy žák tipuje odpověď. Navrhuji proto, aby žák spočítal jednotlivé mezery na zakresleném obrázku. Zajímavé také je, že žák sám tuto možnost nevyužil bez vyzvání. Následně dochází k správnému řešení, včetně zápisu.

Z analýzy textu v tabulce 30 docházíme k výskytu kritického bodu č. 1, 6, 9.

Na obrázku 27 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 9. ročníku, Cyrilem, s popisem a následným komentářem v tabulce 31.



3. Z desetimetrové role látky se prodalo nejprve 2,6 metrů látky. Další zákaznice si koupila 180 centimetrů látky a třetí potřebovala 3 metry a 7 decimetrů. Kolik látky se již prodalo? Kolik látky ještě zbylo?

Obrázek 27, úloha č. 3. Řešení Cyrila

Tabulka 31 Popis Cyrilova postupu s komentářem

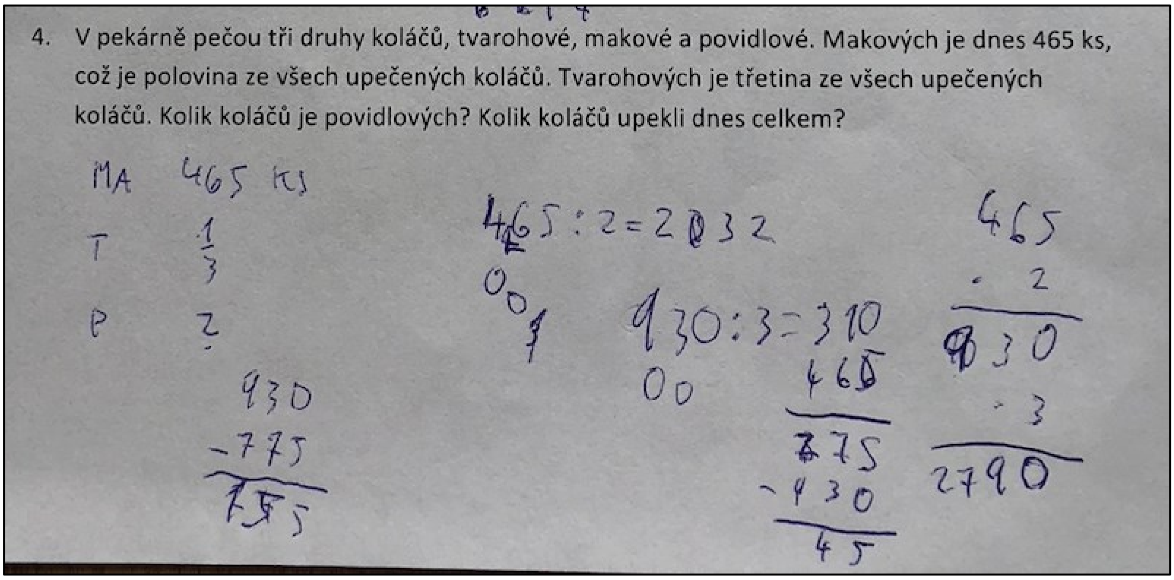
děj, který se odehrává při řešení úlohy č.3	**můj komentář**
Ž17: Čte zadání úlohy č.3. *„To je trošičku těžší.“*	Zajímá mě, v čem považuje úlohu za složitější.
Ž18: *„Jsou tady desetinná čísla a musíme to převádět a pak ještě nějaké ty blbosti okolo.“*	Z odpovědi je jasné, že si žák uvědomuje zjednodušení výpočtu, který spočívá v převedení jednotek na stejnou veličinu. U18: *„Co bys považoval za nejdůležitější udělat jako první?"*
Ž19: *„Asi převést na metry. Takže 7 decimetrů je 70 metrů. Teď těch 180, to bude 1,8 a teď už to mám všechno převedlý. A teď to jenom sečtem. Jo, sečtem to. Anebo si to převedem, aby to bylo ve stejných jednotkách, jako to číslo.“* Ukazuje na číslo 70.	Úvaha žáka je správná, problém je v nepřesnosti o převodu jednotek. Je zajímavé, že rekonstruuje celý postup, kdy mluví o sčítání, což by mohlo naznačovat strategii řešení.
Ž20: *„Vynásobil jsem to deseti. Teď tady to ještě, to je 26. Takže 70, 18 a 26.“* Škrtá číslo 1,8. *„A teď to jenom sečtem.“* Zapisuje čísla pod sebe a sčítá. „Takže to je 117.“	Tento výpočet obsahuje několik chyb. Žák si převedl pouze některé míry na decimetry a některé údaje vůbec do výpočtu nezahrnul. Proto, aby si žák upřesnil všechny údaje, se vracíme k zadání slovní úlohy. Tentokrát se snažím zadání přečíst, aby žák mohl sledovat informace a třídit si je. Hned v úvodu si uvědomuje svou první chybu, na kterou reaguje.

Ž23: *„Protože se tady těch 2,6 metrů prodalo z těch 10 metrů látky, a nemůže zůstat z 10 metrů látky, když se něco prodalo, to by nešlo.“*	Došlo u žáka k uvědomění si původní chyby. Následuje má otázka. U23: *„Kolik látky tam tedy zůstalo, když se prodalo 2,6 metrů?"*
Ž25: *„Sčítal. Teda odčítal.“* Zapisuje 7,4.	V řešení postupujeme dále a připomínám, že další zákaznice zakoupila 180 cm látky.
Ž26: *„Tak si teď to převedu tak, abych tam měl desetinný čísla.“* Ž27: 1,8. Zapisuje číslo 1,8 vedle.	Ptám se na další krok, který žák bude provádět, aby bylo zřejmé, jakým způsobem uvažuje o postupu. U24: *„Co teď uděláš?"*
Ž28: *„To sečtu. Nebo, spíš jo.“* Zapisuje však číslo 6,4.	Žák prezentuje informaci o sčítání, ale výsledek tomu neodpovídá. Tento jev se u něj projevuje opakovaně, proto nereaguji ve chvíli, kdy je zaměřen na výpočet, ale čekám na písemný zápis. Následně reaguji otázkou: U28: *„Proč jsi tady zapsal číslo 6,4?"*
Ž29: *„Jsem to sečetl.“*	U29: *„Opravdu jsi to sečetl? Kdybys sčítal čísla 7,4 a 1,8 tak by ti vyšlo 6,4?“*
Ž30: *„To mi došlo.“* Škrtá výsledek a zapisuje 7,4–1,8. Zapisuje a nahlas komentuje 62,4.	U30: *„Proč 62,4?“*
Ž31: *„Vlastně jsem posunul desetinnou čárku.“*	U31: *„Jak jsi postupoval při výpočtu?“*
Ž32: *„8–4 jsou 4, desetinnou čárku napíšeme pod sebe, a teď 8–7 je 1. Nebo ne?“*	Žák v dané chvíli projevuje nejistotu v algoritmu odčítání nejen desetinných čísel, ale odčítání obecně. V dalším průběhu jsme zopakovali pravidla a dostali jsme se k dalšímu průběžnému výsledku. U34: *„Co tedy dále?“*
Ž35: *„Že musíme sečíst ty 3 metry a 7 decimetrů. Takže normálně 5,6–0,3 = 5,3.“*	Opět dochází k situaci, kdy verbálně prezentuje sčítání a myslí odčítání. V zápisu je opět však chybná úvaha, kdy 3 m převádí jako 0,3 dm. Na chybu upozorňuji. U35: *„Říkal jsi, že odečítáme 3 metry nebo 0,3?“* Následně opravuje.
Ž37: Škrtá příklad a zapisuje pod sebou 5,3–3. Trojku však zapisuje pod desetiny.	Pro úspěšné dokončení úkolu se ptám žáka. U37: *„Jak to budeš teď počítat? Budeš odčítat trojku od trojky nebo od pětky?“*
Ž38: *„Od trojky. Ne, od pětky.“* Zapisuje výsledek 2,6.	U38: *„Ještě něco budeš počítat?“*

Ž39: *„Ještě tu sedmičku. To převedeme na metry.“* Zapisuje pod výsledek - 0,7. *„Tak a teď to asi sečtem. Takže 7 a kolik je 16, a 9, jedna plus 0 je 1 a kolik je 2 a jedna. Takže nám zbyde 1,9m látky.“*	Opět dochází k záměně slov, sčítání a odčítání. Podle prezentace výpočtu, žák postupuje podle předchozí zkušenosti, kterou jsme společně řešili. Žák dokončuje řešení úlohy č.3.

Z analýzy textu v tabulce 31 docházíme k výskytu kritického bodu č. 1, 6, 9.

Na obrázku 28 vidíme ukázku řešení úlohy žákem v 9. ročníku, Cyrilem, s popisem a následným komentářem v tabulce 32.



Obrázek 28, úloha č. 4. Řešení Cyrila

Tabulka 32 Popis Cyrilova postupu s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.4.	**můj komentář**
Ž40: Takže další příklad. Čte si zadání další úlohy. *„Takže budeme počítat koláče, to je jasné. Makových je 465 kusů, což je polovina ze všech upečených koláčů. Tvarohových je 1/3 ze všech upečených koláčů a kolik koláčů je povidlových, to nevíme.“* Průběžně zapisuje informace. *„Takže musíme vypočítat, kolik koláčů upekli celkem. Tak to budeme všechno asi sčítat. Jo, budem to sčítat. A teď jak?*	Dochází k rekonstrukci úlohy, kdy žák sděluje, jednotlivé informace. Zajímavá se jeví informace, že to všechno budeme asi sčítat. Můžeme se pouze domnívat, proč mluví o sčítání. Může jít o signální slovo, které je v závěru úlohy, ale také může jít opět o předchozí jev, kdy mluví o sčítání a v procesu provádí operaci odčítání. Poslední věta však ukazuje, že žák reaguje na signální slova, kdy chce počet makových koláčů dělit dvěma. Abych se ujistil o skutečné operaci,

Takže, teď to vydělíme 265 děleno 2.“	kterou chce žák aplikovat, ptám se. U43: *„Jak rozumíš tomu, že těch 465 je polovina ze všech upečených koláčů?“*
Ž44: *„No, to nevím.“*	Odpověď ukazuje, že žák neví, jakým způsobem má postupovat, aby zjistil celek, ze které je nutné vycházet pro další výpočet. Zajímá mě, jaký postup by žák zvolil pro další práci. U44: *„Jak vypočítáš, kolik jich je celkem?“*
Ž45: *„No, vydělím to.“*	U45: *„Proč to budeš dělit a čím?“* Otázka má žáka přivést k přemýšlení o operaci kterou zvolil.
Ž46: *„Dvojkou.“* Zapisuje příklad 465:2 = 23… *„To nevychází.“*	Podíl, který vychází žákovi připadá nepravděpodobný, protože vychází se zbytkem. Žák vyjadřuje pochybnost o způsobu dělení, a tak společně provádíme výpočet a žák dochází k výsledku 232. Z dalšího rozhovoru je zřejmé, že žák nemá představu o situaci. Snažím vytvořit jiný model, na kterém si ukážeme danou situaci, ale s menšími čísly na úrovni izolovaného modelu. U52: *„Tak si to zkusme ukázat na jiném příkladu. Představ si, že se upeče 10 koláčů.“*
Ž53: Zakresluje dvě řady koleček po 5.	U53: *„A teď ti řeknu, že je to polovina ze všech koláčů, které upekli.“*
Ž54: Odděluje čarou v obrázku pět koláčů a říká, *„tak jich je pět.“*	Ze znázornění žáka je zřejmé, že nerozumí spoji informace, že to, co má nakresleno, je polovinou celku. Je velmi pravděpodobné, že má v představě úlohy, které vycházejí z celku, který následně rozděluje. U54: *„My ale víme, že to je polovina ze všech, které upekli.“*
Ž55: *"Jo, tak to ještě musíme sečíst s nějakým číslem, dejme tomu. Dejme tomu, že jich je 20 a toto je polovina, takže 20krát, ne, jo, 20+10 je 30, takže celkem je to 30 koláčů."*	Z úvahy pozoruji, že žák na svém příkladu používá opravdu polovinu z celku, což dokládá informací 20 + 10. Mezi tím uvažuje o násobení, které ale velmi rychle zavrhuje. Z další informace je vidět, že žák potřebuje

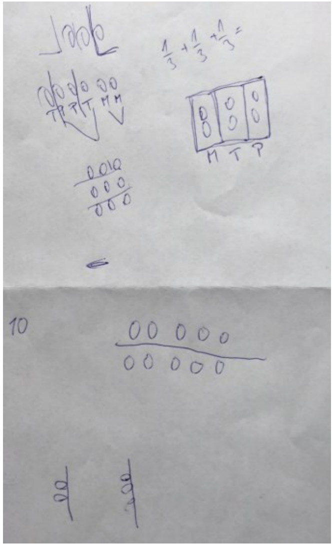
	pracovat ještě s menšími čísly, a proto upravuji úlohu takto. U56: *„Tak si představ, že mám dva koláče*–kreslím na papír dvě kolečka a odděluji vodorovnou čarou-*a vím, že je to polovina ze všech, které se upekly, kolik se upeklo celkem koláčů?“*
Ž57: *„4.“*	U57: *„Proč 4?“* Pokládám otázku, abych se ujistil, že nejde o náhodnou odpověď.
Ž58: *„Protože 2 jsou polovina ze 4.“*	Dopomoc na úrovni tohoto čísla se jeví jako dostatečná a žák pravděpodobně pochopil instrukci. U58: *„Když budu mít 3 koláče*-kreslím opět obrázek tří koleček-*a to je polovina ze všech, které upekli, kolik jich bylo celkem upečeno?“* Tímto způsobem ověřuji, zda opravdu došlo k uvědomění si poznatku. Po dalších příkladech se vracíme k zadání slovní úlohy otázkou. U62: *„Takže když jich mám 465, tak jich celkem upekli kolik?“*
Ž63: *„Tak to vynásobíme.“*	Žák pochopil model, jak zjistí celek a aplikuje operaci násobení 2. Při výpočtu se dopouští numerické chyby, kterou po upozornění opravuje. Následuje pokračování ve výpočtu. U66: *„Teď je tam informace, že tvarohových je 1/3 ze všech upečených koláčů. Jak vypočítáme třetinu ze všech upečených koláčů?“*
Ž67: *„Vynásobím to prostě trojkou.“* Zapisuje k výsledku číslo 3 a násobí 930krát 3, zapisuje výsledek 2 790.	Z výpočtu je zřejmé, že žák nerozumí výpočtu zlomků a nemá představu o výrazu zlomků. Pro upřesnění informací se vracíme k původní informaci o předchozím výpočtu a informacím ze zadání příkladu. U67: *„Tady jsi vypočítal, že 930 je jaké množství koláčů?“*
Ž68: *„Že to je ta polovina, co chyběla.“*	U68: *„Není náhodou polovina těch 465?“*
Ž69: *„Jo, vlastně jo. To je vlastně ten celek.“*	U69: *„Když víme, že 1/3 ze všech jsou tvarohové, může být tvarohových 2 790?“* Otázka směřuje na uvědomění si stavu a další budování představy.

Ž70: *„Ne, takže to spíše sečtu.“*	I tato odpověď ukazuje, že si žák neví rady a spíše postupuje metodou pokus-omyl. U71: *„Zkusme si to zase představit.“* Kreslím na papír 3 kolečka. *„Když víme, že jsou to makové, tvarohové a povidlové, kolik je z těch 3 makových, když to vyjádříš zlomkem?“* Po předchozí zkušenosti volím nejmenší možná číslo ke zjednodušení situace.
Ž72: *„třetina.“*	Pro ověření, zda žák skutečně chápe jednotlivé části, uvádím další příklady s názorným příkladem v podobě obrázku. U72: *„Když budu mít 6 koláčů a vím, že 1/3 jsou makové, třetina tvarohové a třetina povidlové, kolik to bude kusů?“* Opět kreslím obrázek šesti koleček.
Ž73: *„To jich bude 6.“*	Tato odpověď opět dokládá, že žák nemá vybudovanou představu o zlomcích. U73: *„Představ si, že tento je makový, makový, tvarohový, povidlový, povidlový a tvarohový, kolik kusů je makových?“*
Ž74: *„Tři.“*	Odpověď naznačuje, že žák nevidí souvislosti v jednotlivých modelech, které mají společný rys. U74: *„Ještě jednou. Mám tady makový, makový, tvarohový, povidlový, povidlový a tvarohový, kolik je těch povidlových?“*
Ž75: *„Dva.“*	Na základě konkretizace jednotlivých položek, žák identifikuje odpověď. U77: *„Kolik tvoří ta 1/3 z těch šesti koláčů?“*
Ž78: *„Je jich 6 kusů, tak jakože 1/3 + 1/3 + 1/3“*	Na další otázku opět odpovídá bez porozumění situace. Volím jiný způsob znázornění. U78: *„Ještě jinak.“* Kreslím obrázek třetin v obdélníku. *„Co je tady toto?“* Ukazuji na celý obdélník.
Ž79: *„To je celek.“*	U79: *„Kolik kusů bude v té jedné třetině?“*

Ž80: *„2 kusy makových, 2 kusy tvarohových a 2 kusy povidlových.“*	Na základě konkrétního obrázku je žák schopen vyčíst informaci. U80: *„Když se vrátíme zpátky k příkladu a víme, že 1/3 ze všech upečených je tvarohových, tak jak vypočítáme, jaké množství to je?“*
Ž81: *„Vynásobíme to dvěma.“*	U81: *„Proč dvěma?“*
Ž82: *„Protože 1/3 jsou dva koláče.“*	Odpověď žáka stále ukazuje na to, že žák nerozumí podstatě řešení. U82: *„Představ si, že by těch koláčů bylo 9.“* Zakresluji obrázek 9 koleček. *„Vyznač mi, kolik by v tomto případě byla 1/3.“*
Ž83: *„To by byly 2 koláče, ne tři, ne jeden.“* Pak vyznačuje třetiny jako 1 a 2. Pak odděluje 3 kolečka.	V této chvíli dochází k částečnému řešení, které ovšem neznamená, že si žák vybudoval představu o zlomcích. Po ověření pochopení tohoto příkladu se vracíme k původnímu zadání. U84: *„Takže, jak by to vypadalo v té úloze? „U85: „Jak bys to vypočítal?“*
Ž86: *„Vydělím to.“* Zapisuje příklad 930: 3 = 310. *„Takže, je jich 310.“*	U86: *„Jestliže víme, že jich celkem bylo 930, 465 bylo makových, teď jsi vypočítal, že tvarohových je 310, tak poslední otázka je, kolik je povidlových koláčů. Jak to zjistíš?“*
Ž87: *„Takže sečtem s tím 465.“* Ž88: *„465+310 a vyjde nám, kolik by mělo zbýt těch koláčů.“* Zapisuje pod 310 465 a dostává výsledek 775. *„To je 775.“*	Žák touto úvahou zvolil výpočet, kdy sčítá jednotlivé druhy a následně odečítá od celkového počtu koláčů. Zde se dopouští chybného zápisu v podobě 775-930 a vychází mu výsledek 45. Po mém dotazu opravuje příklad a nakonec, po další opravě numerické chyby, dochází k výsledku.
Ž91: *"Jo, už vím, zase je tam chyba."* Tentokrát již zapisuje správný výsledek. *"Takže povidlových je 155."*	Žák dokončil řešení úlohy. Vzhledem k vyhrazenému času 45 min. jsme již dále nepokračovali v řešení dalších úloh. S ohledem na předchozí průběh řešení jsem dospěl k závěru, že žák by již pravděpodobně nebyl schopen dalšího samostatného řešení.

Z analýzy textu v tabulce 32 docházíme k výskytu kritického bodu č. 1, 4, 5, 8.

Na obrázku 29 vidíme ukázku použití vizualizace náčrtku k úloze č. 4.

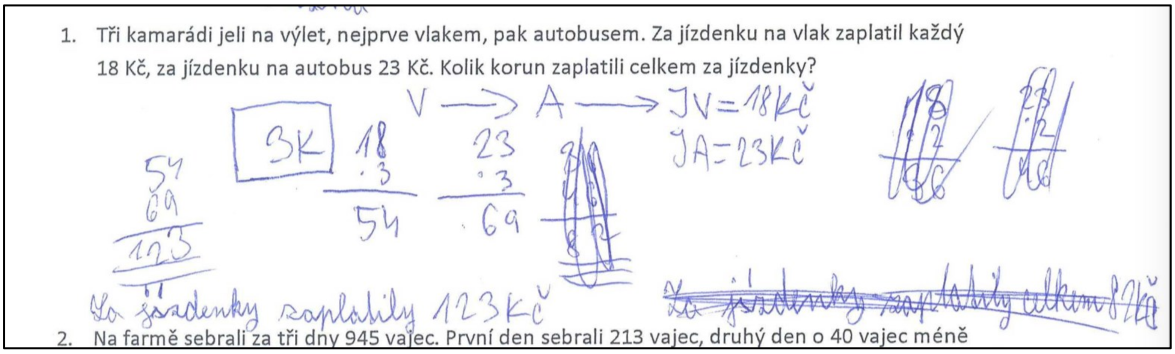


Obrázek 29, použití vizualizace k úloze č. 4

U několika žáků se objevila řešení, která jsou rozdílná od ostatních žáků.

Přikládám některé vybrané ukázky dalších žáků společně s přepisem rozhovorů, které se týkají jednotlivých řešení.

Na obrázku 30 vidíme ukázku řešení úlohy žákyní v 5. ročníku (2014), Amálkou, s popisem a následným komentářem v tabulce 33.



Obrázek č.30, úloha č.1. Řešení Amálky

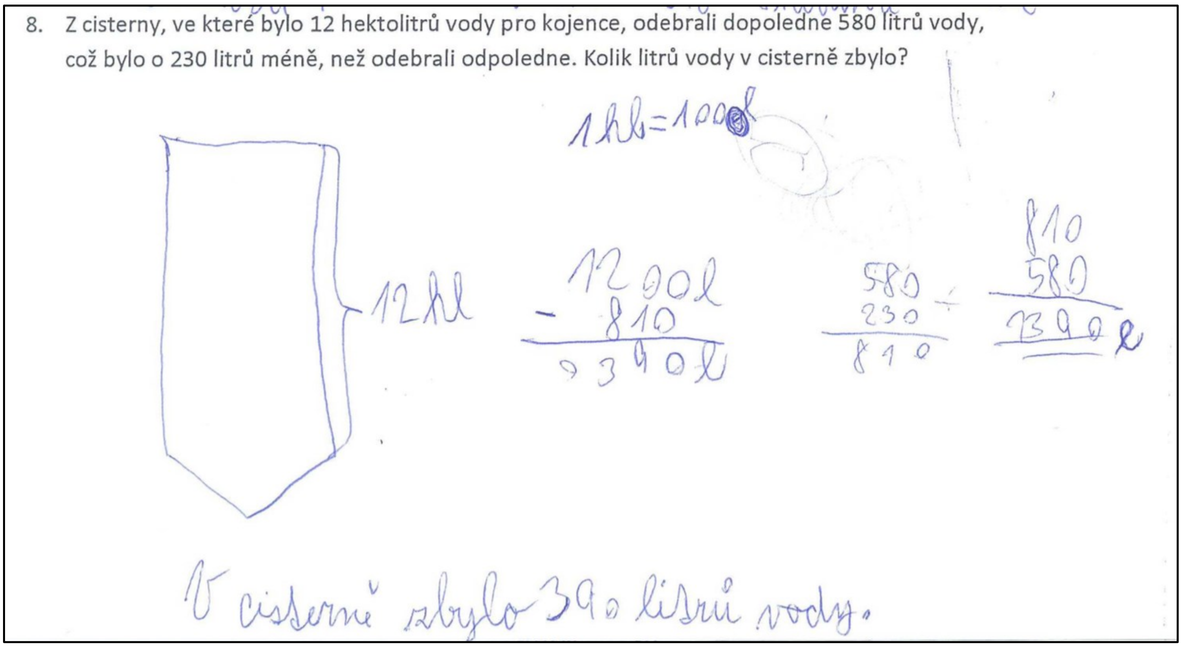
Tabulka 33 Popis postupu Amálky s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.1	můj komentář

	U3: *„Posaď se ještě. Tak, podíváme se, co jsi tady vymyslela. Takže, když máme tři kamarády, co bylo cílem slovní úlohy?“*
Ž10: *„Ježíš Maria."*	U4: „Co“?
Ž10: *„No já to mám špatně. Já jsem vypočítala jen 2 kamarády (smích), takže to bylo špatně.“*	

Z analýzy textu v tabulce 33 docházíme k výskytu kritického bodu č.1. Zaškrtané řešení bylo původním řešením Amálky. Chybu objevila na základě rozhovoru, kdy jsem nahlas shrnul slovní úlohu. V tomto případě se pravděpodobně jednalo o chybu z nepozornosti. Úvaha o postupu řešení byla správná. Zajímavý je i způsob uchopení slovní úlohy, kdy si Amálka strukturuje informace do podoby V → A → J. Jde o netradiční „zápis“ slovní úlohy, který pro žačku může znamenat shrnutí známých informací a může pomoci k vyobrazení představy slovní úlohy.

Na obrázku 31 vidíme ukázku řešení úlohy žákyní v 5. ročníku, Amálkou, s popisem a následným komentářem v tabulce 34.



Obrázek 31, úloha č.8. Řešení Amálky

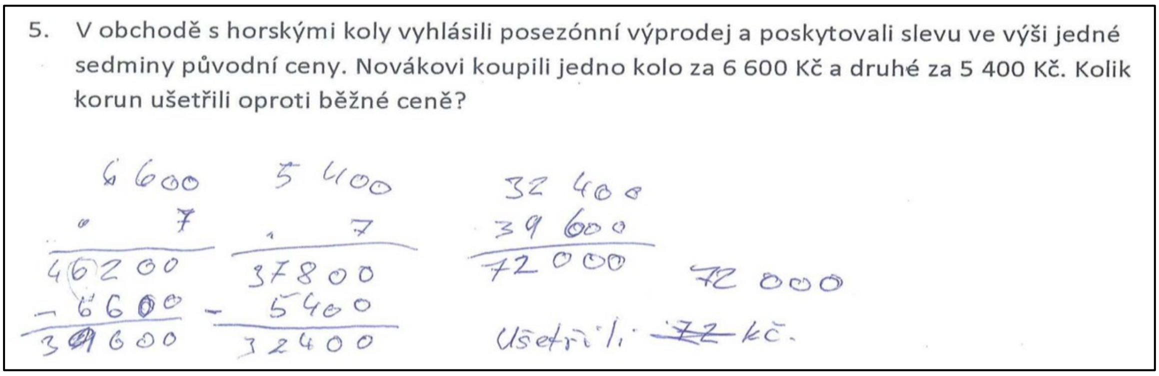
Tabulka 34 Popis řešení Amálky s komentářem

viz obrázek	U21: *„Můžeš mi ještě říct, kdy odebrali, kdy odebrali více vody, jestli dopoledne nebo odpoledne?“*
Ž29. „*Aha.* (pauza) *tak to mám špatně. Tady je 580 ... 810...*“	U22: *„Co je těch 810?"*
Ž30: *„To je* (informaci není rozumět) *takže jsem měla spočítat 810 plus 580 a pak odečíst od toho."* (ukazuje na 1200 l)	Úvaha žákyně je v tomto případě správná. Jako problematická se jeví představa většího množství vody, než je k dispozici v cisterně. Přesto docházíme k závěru.
Ž34: *„Tak to bychom napsali, že ... to bych napsala že to, že ... by sem museli dát novou cisternu, nebo že úloha nemá řešení."*	Po ujištění, že její převod z hl na l je správný, je schopna najít odpověď na otázku, a dokonce najít řešení.

Z analýzy textu v tabulce 34 docházíme k výskytu kritického bodu č. 7. Problematické v této úloze bylo zadání slovní úlohy byl odběr větší než objem nádrže, což mnohé žáky vedlo k pochybnostem o převodu jednotek 12 hektolitrů na litry, a to následně mohlo vést k ovlivnění celého řešení. Při samostatném řešení vypočítala odpolední odběr vody, který následně odečetla od celkového množství v cisterně. Při rozboru si tuto skutečnost uvědomila na základě otázky a chybu opravila.

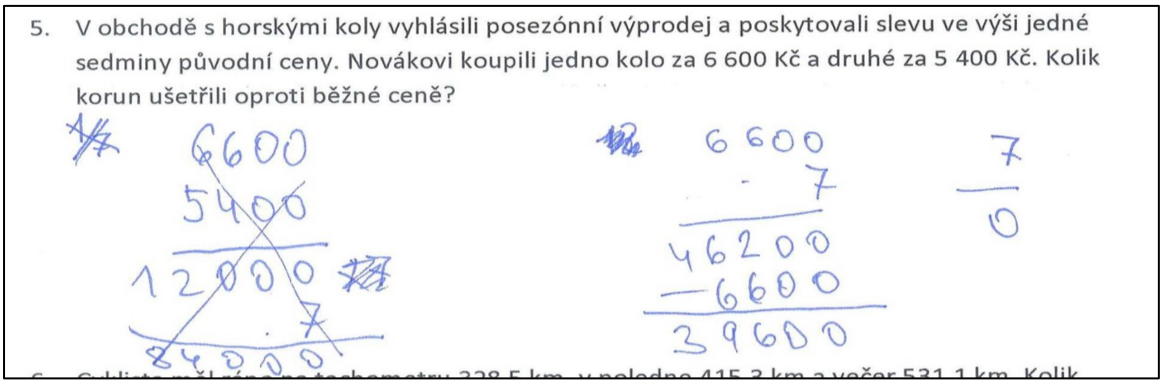
Dále zařazuji příklady chybných řešení úlohy č.5 u dalších žáků. Ze záznamu je patrné, že při zvoleném postupu, všichni uvedení žáci nepracují při výpočtu s informací o 1/7, ale jako se sedminásobkem. Jedná se tedy o chybu při porozumění zlomkům.

Na obrázku 32 vidíme ukázku chybného řešení úlohy se zlomky, žákyní v 5. ročníku, Barborou.



Obrázek 32, úloha č.5. Řešení Barbory

Na obrázku 33 vidíme ukázku chybného řešení úlohy se zlomky, žák v 5. ročníku, Damiánem.



5. V obchodě s horskými koly vyhlásili posezónní výprodej a poskytovali slevu ve výši jedné sedminy původní ceny. Novákovi koupili jedno kolo za 6 600 Kč a druhé za 5 400 Kč. Kolik korun ušetřili oproti běžné ceně?

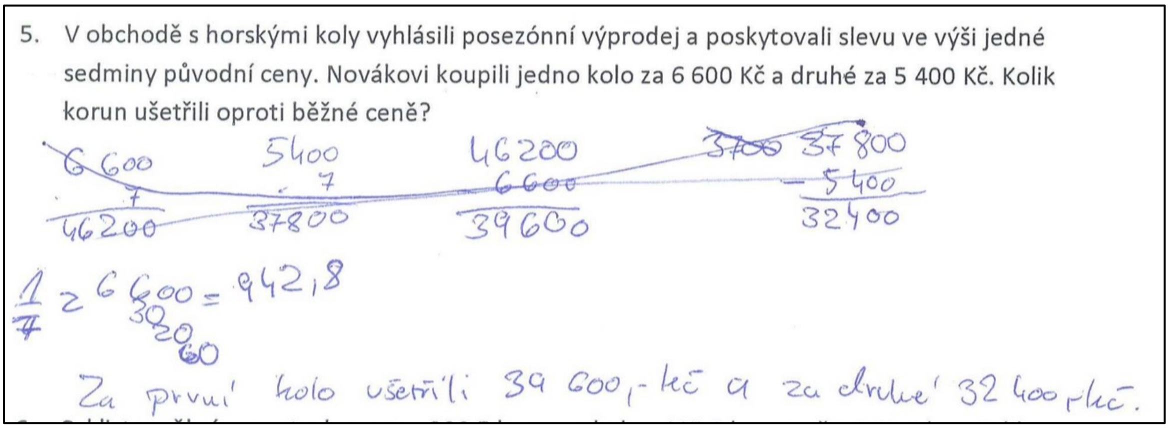
6600
5400
12000
· 7
84000

6 600
· 7
46200
− 6600
39600

7
0

Obrázek 33, úloha č.5. Řešení Damiána

Na obrázku 34 vidíme ukázku chybného řešení úlohy se zlomky, žákem v 5. ročníku, Františkem.



5. V obchodě s horskými koly vyhlásili posezónní výprodej a poskytovali slevu ve výši jedné sedminy původní ceny. Novákovi koupili jedno kolo za 6 600 Kč a druhé za 5 400 Kč. Kolik korun ušetřili oproti běžné ceně?

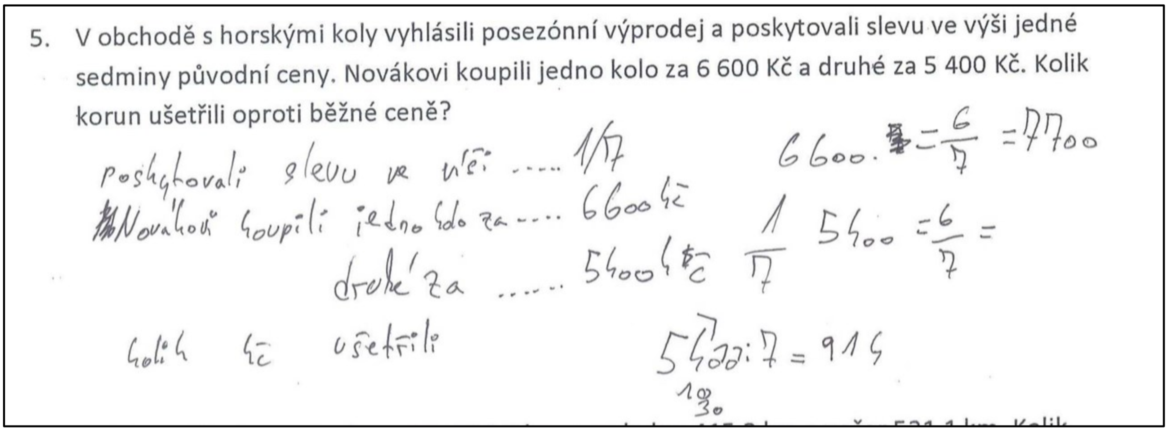
6 600 · 7 = 46200
5400 · 7 = 37800
46200 − 6600 = 39600
~~3700~~ 37800 − 5400 = 32400

1/7 z 6 600 = 942,8

Za první kolo ušetřili 39 600,- kč a za druhé 32 400,- kč.

Obrázek 34, úloha č.5. Řešení Františka

Na obrázku 35 vidíme ukázku částečného řešení úlohy se zlomky, žákyní v 5. ročníku, Cecílií s popisem a následným komentářem v tabulce 35.



5. V obchodě s horskými koly vyhlásili posezónní výprodej a poskytovali slevu ve výši jedné sedminy původní ceny. Novákovi koupili jedno kolo za 6 600 Kč a druhé za 5 400 Kč. Kolik korun ušetřili oproti běžné ceně?

poskytovali slevu ve výši 1/7
Novákovi koupili jedno kolo za ..... 6600 kč
druhé za ..... 5400 kč
kolik kč ušetřili

6600 · = 6/7 = 7700
1/7 5400 = 6/7 =
5400 : 7 = 914

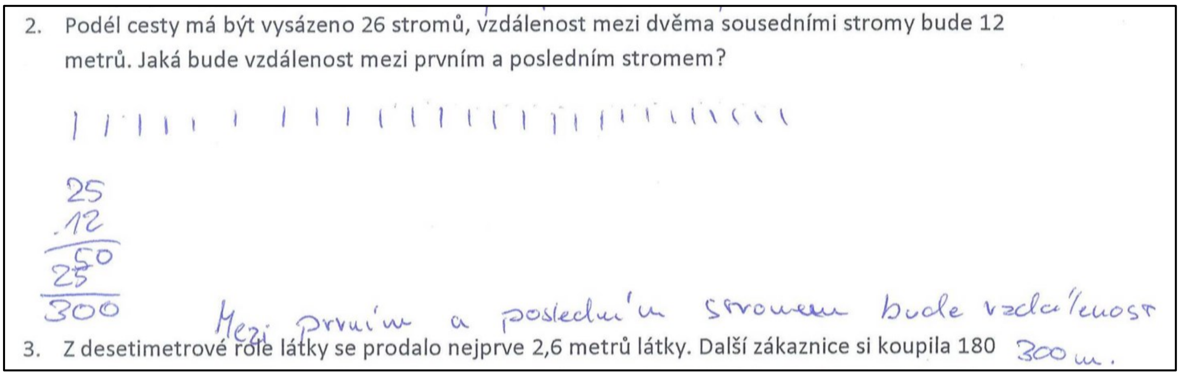
Obrázek 35, úloha č. 5. Řešení Cecílie

Tabulka 35 Popis postupu Cecílie s komentářem

děj, který se odehrává při řešení úlohy č.5.	**můj komentář**
Ž3: *„Já nevím, jak to mám to mám popsat, když tady to bylo 1/7 z 6 600, to je 1/7 z 6 600, ta sleva."*	Na základě otázek ověřuji, jak rozumí jednotlivým informacím v úloze: *U2: „…Co potřebuješ vypočítat?" U9: „Abys mohla vypočítat 1/7, ze které částky bys to vypočítala?"*
Ž12: „*To si nepamatuji."*	U10: *„No a jestliže máš vypočítat 1/7 a víš, že nová cena je 6 600, napadá tě, jak zjistit, kolik je těch 6/7, protože potřebujeme, aby ses dostala na 7/7 původní ceny. Jinými slovy, dá se říct, že tato cena odpovídá, jaké části zlomku? Když víš, že 1/7 je ta sleva, tak 6 600 bude vyjádřena zlomkem jaká část?"*
Ž14: „*7/6?"*	Následně žákyně zapisuje příklad a správný výsledek.
Ž17: Počítá původní cenu druhého kola. Zapisuje příklad 5 400:7 = 914.	*U14: „Zeptám se tě, jak jsi dospěla k té částce 7 700? V tom prvním případě?"*
Ž18: „*6 600 je 6/7, takže 1 100 je ta 1/7."*	Úvaha je zcela správná. Je zajímavé, že stejný postup není schopna aplikovat při výpočtu původní ceny druhého kola.

Při výpočtu ceny prvního kola správně určila, že jeho cena po slevě je rovna 6/7 a původní cena je 7 700 Kč. Stejný model výpočtu však nebyla schopna aplikovat stejný model při výpočtu původní ceny druhého kola. V tomto případě částku dělila sedmi, přitom v prvním výpočtu zapsala výsledek rovnou.

Na obrázku 36 vidíme ukázku řešení úlohy č.2 žákem v 5. ročníku, Gustavem.

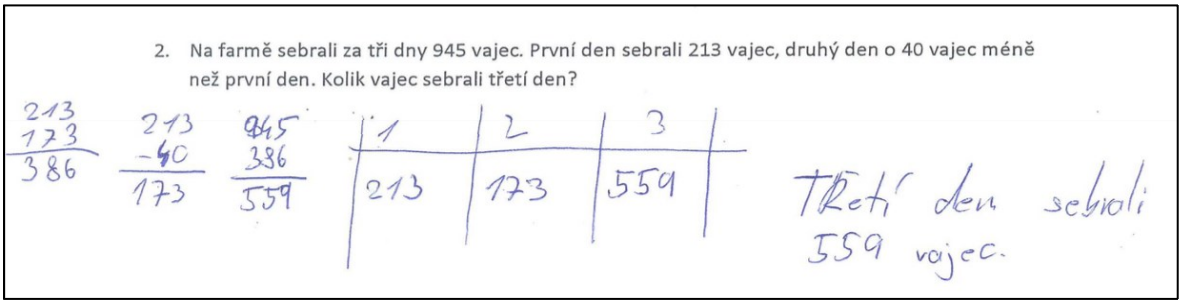


Obrázek 36, úloha č.2. Vizualizace úlohy a následné řešení

Gustav pomocí vizualizace postupoval procesuálně, což je patrné i z obrázku 35, kdy si nakreslil model stromů, které představují čárky a následně si postupně počítal počet jednotlivých mezer mezi nimi. Díky této strategii aplikoval získanou informaci do matematického zápisu. Pravděpodobně na základě předchozích zkušeností, jako jeden z mála řešitelů si dokázal určit místo na pracovním listu, aby byl schopen vytvořit souvislou alej stromů.

Protože se v praktické části hovoří také o tom, že i správná řešení je vhodné analyzovat, uvádím ukázky dalších (netradičních) řešení žáků 5. ročníků v roce 2014.

Na obrázku 37 vidíme ukázku řešení úlohy žákyní v 5. ročníku, Dorotou.

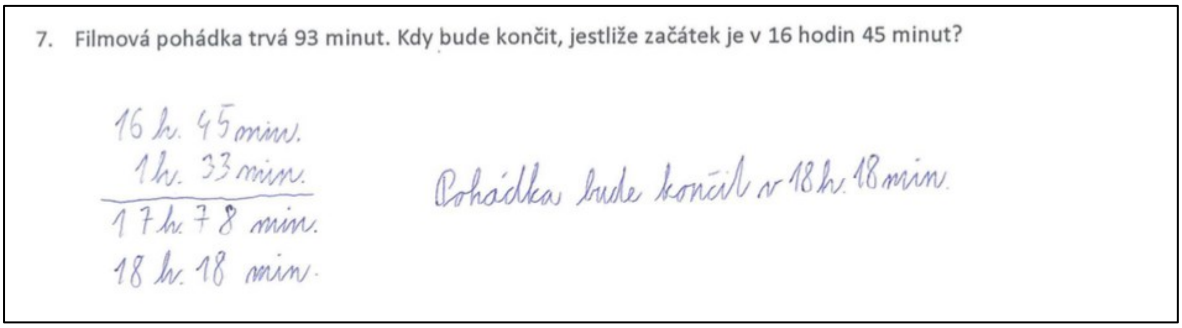


Obrázek 37, úloha č. 2. Řešení Doroty

Pro přehlednost (možná forma zjednodušeného zápisu), zvolila Dorota jednoduchou tabulku, která má spíše funkci třídění a vizuální kontroly.

Na obrázku 38 vidíme ukázku řešení úlohy č. 7 žákyní v 5. ročníku, Evou.

Řešení Evy zařazuji pro netradiční zápis řešení, kdy k vyjádření času přičítá délku trvání představení a následně minuty převádí na konečnou podobu konce představení.



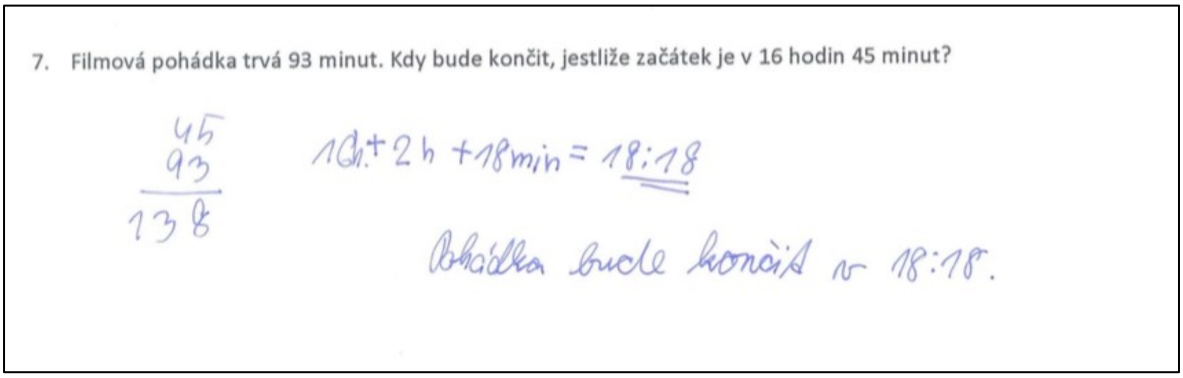
7. Filmová pohádka trvá 93 minut. Kdy bude končit, jestliže začátek je v 16 hodin 45 minut?

16 h. 45 min.
1 h. 33 min.
17 h. 78 min.
18 h. 18 min.

Pohádka bude končit v 18 h. 18 min.

Obrázek 38, úloha č. 7. Řešení Evy

Na obrázku 39 vidíme ukázku řešení úlohy č. 7 žákyní v 5. ročníku, Františkou.



7. Filmová pohádka trvá 93 minut. Kdy bude končit, jestliže začátek je v 16 hodin 45 minut?

45
93
138

16h. + 2 h + 18 min = 18:18

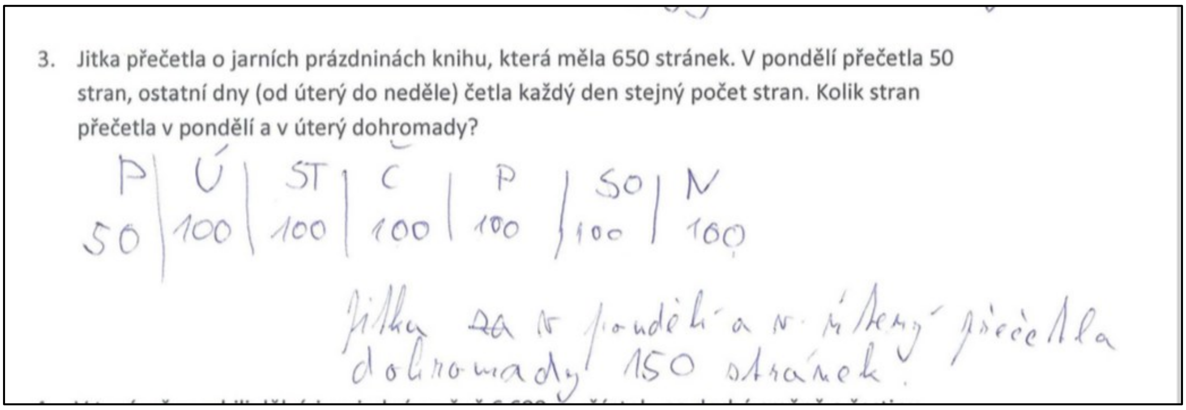
Pohádka bude končit v 18:18.

Obrázek 39, úloha č.7. Řešení Františky

Také způsob řešení Františky je netradiční, kdy k minutám začátku představení přičítá celkovou délku trvání představení. Následně k 16.00 hodinám přičítá již převedené minuty na hodiny a zbytek minut jen opisuje. Tato strategie řešení mi přijde velmi efektivní a navíc omezuje na minimum přítomnost chyby ve výpočtech.

Na obrázku 40 vidíme ukázku řešení úlohy č. 3 žákyní v 5. ročníku, Gity.

Gita pro své řešení zvolila strategii jednoduché, ale efektivní tabulky, do které zapsala nejprve informaci, kterou jí poskytlo zadání slovní úlohy. Následně pak rozdělila zbývající počet stran knihy na stejné části knihy. Díky tomu úlohu vyřešila bez potíží a využití matematizace.



3. Jitka přečetla o jarních prázdninách knihu, která měla 650 stránek. V pondělí přečetla 50 stran, ostatní dny (od úterý do neděle) četla každý den stejný počet stran. Kolik stran přečetla v pondělí a v úterý dohromady?

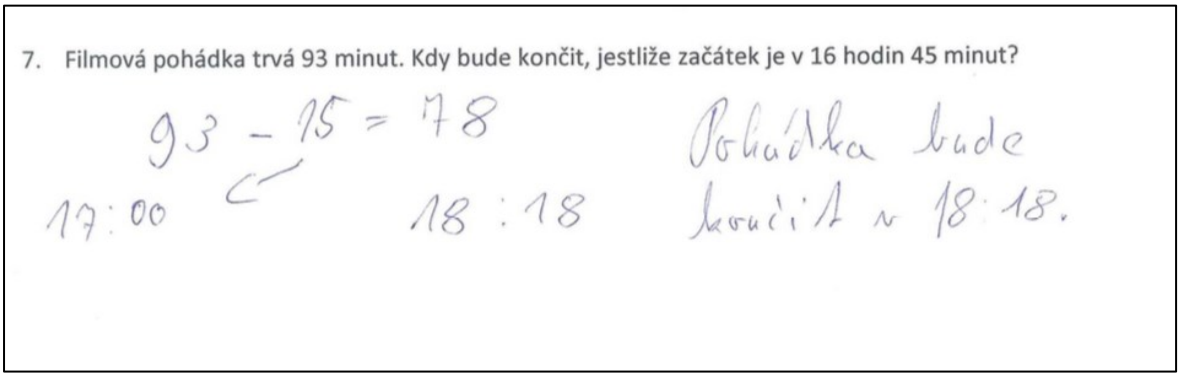
P	Ú	ST	Č	P	SO	N
50	100	100	100	100	100	100

Jitka za v pondělí a v úterý přečetla dohromady 150 stránek.

Obrázek 40, úloha č. 3. Řešení Gity

Gita pro své řešení zvolila strategii jednoduché, ale efektivní tabulky, do které zapsala nejprve informaci, kterou jí poskytlo zadání slovní úlohy. Následně pak rozdělila zbývající počet stran knihy na stejné části knihy. Díky tomu úlohu vyřešila bez potíží a využití matematizace.

Na obrázku 41 vidíme ukázku řešení úlohy č. 7 žákyní v 5. ročníku, Gita.



7. Filmová pohádka trvá 93 minut. Kdy bude končit, jestliže začátek je v 16 hodin 45 minut?

93 − 15 = 78

17:00 18 : 18

Pohádka bude končit v 18:18.

Obrázek 41, úloha č. 7. Řešení Gity

Také při řešení slovní úlohy č.7, zvolila Gita netradiční strategii řešení. Jde o to, že od délky trvání představení odečítá 15 minut, aby doplnila celou hodinu na 17.00hod. Zbývající minuty pak převedla na 1 hodinu, čímž dostala 18.00 hodin a zbývající minuty pak přičetla k získaným 18.00 hodinám. Tak dostala výsledek 18.18 minut.

8 Shrnutí a diskuze

Cílem výzkumu bylo ověřit čtyři hypotézy.

Tabulka 36, přináší přehledné shrnutí nejčastěji se opakujících kritických míst, která se vyskytla v řešeních žáků, kteří se zapojili do testování. V prvním sloupci jsou pojmenována kritická místa, druhý a třetí sloupec poskytují počet zastoupení výskytů daného kritického místa ve výzkumech v letech 2014 a 2018. Poslední sloupec je celkovou sumarizací za obě etapy výzkumu.

Tabulka 36 Výsledné shrnutí

Název jevu	2014	2018	Celkem
Porozumění textu a uchopení úlohy	12	7	19
Matematizace slovní úlohy	6	0	6
Vizualizace – chybná představa	0	1	1
Nesprávná volba matematické operace	11	1	12
Řetězení matematických operací	7	2	9
Numerická chyba	6	4	10
Přítomnost antisignálu	4	0	4
Zlomky	9	3	12
Neznalost matematického řemesla	3	6	9

Z tabulky 36 lze jednoznačně odvodit, zda se potvrdily výchozí hypotézy, které byly stanoveny na počátku výzkumu.

1. Žáci, kteří mají problém s porozuměním textu, dosahují horších výsledků při řešení slovních úloh.

Pod pojmem porozumění textu (a uchopení úlohy) můžeme chápat nejen jako potíže se čtením a celkovou orientaci v textu, kterou mohou ovlivnit výrazné potíže se čtením ve smyslu techniky čtení, ale také porozumění a interpretaci textu. Je zřejmé, že u žáků se speciálními vzdělávacími potřebami v péči PPP se tyto potíže ještě více umocňují.

Tento jev se ve všech řešeních vyskytl celkem devatenáctkrát. U některých žáků se tento jev vyskytoval opakovaně. **Tato hypotéza se potvrdila**.

2. Slovní úlohy, ve kterých se vyskytuje výpočet zlomků působí žákům větší problémy.

Zlomky ve slovních úlohách představovaly největší problém, a to z pohledu možné dopomoci a doby potřebné k řešení. Především bylo možno jasně identifikovat chybnou představu o zlomku. Netypicky zadaná sleva ve výši sedminy byla pro většinu žáků, kteří úlohu řešili v roce 2014 nebo 2018, velkým problémem. Problém s řešením měli žáci také v úloze o koláčích. Samotný postup a snaha o vizualizaci ukázala, že představa zlomku není u některých žáků pevně ukotvena ani na druhém stupni. Typy úloh se zlomky, kdy je např. číslo kotveno jako veličina, stále představují pro většinu žáků problematickou oblast. Bylo by vhodné zaměřit se více na tuto oblast již na 1. stupni a pracovat s různými modely zlomků, aby představa žáka o zlomcích byla lépe „zažita“.

Tento jevu se ve všech řešeních vyskytl celkem dvanáctkrát. **Tato hypotéza se potvrdila.**

3. V žákovských řešeních se budou jen výjimečně vyskytovat náčrtky, vizualizace a obrázky, které by mohly žákům pomoci při řešení slovních úloh.

Vizualizace se v řešeních žáků vyskytovala jen sporadicky. Jen výjimečně plnila funkci efektivní řešitelské strategie (Gita, Gustav). V ostatních případech spíše sloužila jako doprovodný jev, snad pro zachycení představy, nebo formu zápisu úlohy (Amálka, Dorota). V případech, kdy byli žáci vybídnuti k nakreslení obrázku, většinou nebyli schopni funkční nákres vytvořit. To svědčí o tom, že k využívání tohoto nástroje nejsou žáci v běžných hodinách vedeni. Jak zmínil Boris v rozhovoru, obrázek si v hodinách může nakreslit, ale nedělá to, protože neví jak. Pozitivně je možno hodnotit využití vizualizace při poskytnutí dopomoci. Je nutno podotknout, že tato forma dopomoci byla pro žáka výrazně přínosná.

Vizualizaci celkem použili při řešení samostatně pouze čtyři žáci (Amálka, Dorota, Gita, Gustav). **Tato hypotéza se potvrdila.**

4. Řešení slovních úloh určené pro 1. stupeň nebude pro slabší žáky na 2. stupni představovat větší problém.

Dalšího testování se zúčastnil příliš malý reprezentativní vzorek, z původních sedmnácti žáků se do této části výzkumu zapojili jen tři z důvodů, které byly podrobně vysvětleny v části věnované přípravě výzkumu. Navíc mezi uvedenými třemi respondenty byli dva žáci se speciálními vzdělávacími potřebami v péči PPP. Výsledky této části výzkumu tedy nelze použít pro potvrzení, resp. vyvrácení hypotézy. **Tuto hypotézu se nepodařilo prokázat.**

Protože se v řešeních objevovaly i další jevy, které byly poměrně výrazně zastoupeny, považuji za nutné je také popsat.
Matematizace slovní úlohy. Jedním z projevů matematizace slovní úlohy, který je možno viditelně zaznamenat, je modelování situace grafického záznamu pomocí tabulky nebo obrázku. Dalším zřetelným projevem může být vyřčený komentář, položení otázky, ale rovněž vlastní reprodukce textu. Jako opora pro vyhodnocení těchto projevů posloužila zaznamenaná strategie, kterou žák prezentoval v písemném záznamu i v následném rozhovoru.
Nesprávná volba matematické operace. Nesprávná volba matematické operace se většinou vyskytovala ve slovních úlohách, kde byla přítomna antisignální slova. U jednoho žáka však byla přítomna i mimo tyto úlohy a byla spojena s neporozuměním textu úlohy. Bylo zajímavé, že v některých situacích mluvil o sčítání, ale přitom fakticky prováděl výpočet rozdílu. Autoři výzkumu Z.R. Mevarechové et al. (2010)[41] vysvětlují tento jev tím, že úlohy s antisignálem vyžadují aktivaci metakognitivních procesů, mezi které patří plánování, využívání složitějších strategií, monitorování, regulaci procesu řešení i nutnou reflexi.
Řetězení matematických operací. Oblast řetězení slovních úloh může být významně ovlivněna strukturou textu úlohy. Takové úlohy mají totiž delší text, ve kterém se vyskytují složitější souvětí. To může vést ke kognitivnímu přetížení a následnému snížení koncentrace.
Matematické řemeslo. Oblast, označená jako „matematické řemeslo“, kdy se jednalo převážně o chybějící dovednosti spojené s násobením a dělením, ukázala zajímavý fakt, že tyto potíže se vyskytovaly převážně u žáků na druhém stupni. Pokus o interpretaci tohoto jevu, by však vzhledem k velikosti zkoumaného vzorku byl pouze spekulativní.
Numerické chyby. Výskyt numerických chyb se projevoval ve zkoumaném vzorku téměř rovnoměrně v obou testováních. Je možné se opět pouze domnívat, že tyto potíže mohou souviset s přetížením pracovní paměti, kdy se žák soustředí na způsob řešení a nemá plně

[41] Mevarech, Z. R., Terkieltaub, S., Vinberger, T., Nevet, V. (2010). The effects of meta-cognitive instruction on third and sixth graders solving word problems. ZDM Mathematics Education 42, 195–203. doi:DOI 10.1007/s11858-010-0244-y

zautomatizovanou oblast jednotlivých operací, nebo se chyby dopouští z nepozornosti. Příčiny těchto chyb je možno nejlépe odhalit jejich prezentací.

Závěr

Ve své diplomové práci jsem se zabýval oblastmi, které mohou mít vliv jak na postoj žáků k matematice, tak i na problémové oblasti při řešení slovních úloh. V praktické části nebylo cílem zaměřit se na celkovou sumarizaci úspěšnosti vyřešených úloh, ale zaměřit se především na místa, která odhalují způsob žákovského myšlení a příčiny chyb. Protože práci s chybou chápu i jako diagnostický nástroj, hlubší analýza jednotlivých řešení mi poskytla náměty, jak mohu já jako učitel, na tyto oblasti lépe žáky připravit.

Ve zkoumaném vzorku bylo zřejmé, že žáci, kteří byli úspěšní v řešení slovních úloh, se po tomto testování dostali na víceletá gymnázia. Vzhledem k nastavené formě přijímacích zkoušek nebylo náhodné, že řešení slovních úloh pro ně nepředstavovalo problém.

Při zpracování této práce jsem si také uvědomil, jak náročnou oblastí je kladení otázek, jestliže mají být účinným reedukačním nástrojem. Přestože jsem se na tuto oblast při rozhovorech zaměřoval, při zpětném rozboru jednotlivých situací jsem zjistil, že část otázek, které jsem žákům kladl, byly otázky neproduktivní. Úskalím této oblasti je především situace, kdy já, jako učitel, musím nejen vyhodnocovat myšlenkový pochod žákovského řešení, ale také vyhodnocovat příčinu aktuálních potíží a na jejich základě zvolit přiměřený způsob dopomoci, který vyvolá odpovídající reakci žáka. V tomto případě se výrazně lépe osvědčuje skupinová práce žáků, kdy kromě potvrzení či vyvrácení závěru řešení, jsou i při prezentaci ostatní žáci schopni klást přirozené otázky k jednotlivým úvahám, případně vrstevnickým jazykem si poskytnout způsob dopomoci.

Pro mě osobně tato práce byla přínosná především v tom, že jsem si uvědomil svůj proces vývoje. Z převážně transmisivního vyučování jsem začal svou každodenní práci orientovat na konstruktivistické vyučování. Důvodem této změny byla má vnitřní potřeba poskytnout žákům efektivnější a příznivější podmínky pro výuku. K tomu mě vlastně přivedl bývalý ředitel ZŠ, který se mě jednou ptal, k čemu je ten čas studia dobrý, zda se něco nového, užitečného a praktického dozvím. Začal jsem o této otázce vážně přemýšlet a byl jsem rád, že jsem našel několik kladných odpovědí. Nejvýše řadím skutečnost, že mám v současné době kvalitní nástroje, se kterými mohu pracovat tak, aby žáci byli lépe vybaveni jednotlivými dovednostmi, kompetencemi, a především byli dobře připraveni pro celoživotní vzdělávání.

Při podrobném studiu literatury v průběhu studia i při psaní této práce jsem si uvědomil, že i teoretické poznatky přinášejí do mé práce důležité prvky pedagogických dovedností. Když jsem přemýšlel o různých definicích slovních úloh, pokusil jsem se vyjádřit, jak chápu řešení slovních úloh. Dospěl jsem k tomu, že slovní úlohu vnímám jako soubor dílčích činností, jež primárně ovlivňují porozumění textu a vedou k následnému řešení možných řetězících se matematických operací, které v sobě zahrnují množství kognitivních i metakognitivních procesů.

Vytvoření podnětného prostředí ve výuce, stejně jako příznivého klimatu, o kterém pojednává teoretická část této práce, považuji za důležité předpoklady pro budování pozitivního postoje k matematice. Změna postoje k vyučovacímu procesu z pohledu žáka, ale i učitele, je dlouhodobým procesem, který ovšem vede k naplnění potřeb žáka a komplexnímu rozvoji osobnosti jednotlivce. Během svého studia jsem do své výuky nově zařadil formativní hodnocení žáků, které považuji za jednu z oblastí, která efektivně pomáhá žákům, ale i učiteli, průběžně reflektovat osobní pokrok žáka v učení, v porozumění učebním potřebám, a především v následném přizpůsobení výuky potřebám tohoto jednotlivce.

V budoucnu bych rád sledoval vliv formativního hodnocení na úspěšnost žákovských řešení a postojů k matematice. Dále by bylo možné věnovat se výzkumu, zda a jaký vliv na poznávací proces má zrání osobnosti žáků a do jaké míry znalosti a dovednosti získané na prvním stupni základní školy, ovlivňují úspěšnost žáka v matematice na 2. stupni ZŠ.

Závěrem považuji za vhodné zmínit, že všechny videonahrávky z roku 2014 jsou k dispozici na PedF UK a následné videonahrávky z roku 2018, vzhledem k nařízení GDPR, není možné vložit do SIS a jsou archivovány u mne.

Seznam použitých informačních zdrojů

BRIERLAY, John. *7 prvních let života rozhoduje.* Portál, 2003. ISBN 80-7178-484-2

ČAPEK, Robert. *Třídní klima a školní klima.* Praha: Grada, 2010. ISBN 978-80 247-2742-4

ČÁP, Jan, MAREŠ, Jiří. *Psychologie pro učitele.* Praha: Portál, 2001. ISBN 80-7178-463-X

DOUDLÍK, Pavel, ŠKODA, Jiří. *Základní aspekty konstruktivistického pojetí výuky. Aktivní konstrukce poznání.* Ústí nad Labem: PF UJEP, 2002. ISBN 80-7044-427-4

FISHER, Robert. *Učíme děti myslet a učit se.* Praha: Portál, 2011. ISBN 978-80-262-0043-7

GAVORA, Peter. *Úvod do pedagogického výzkumu.* Paido, 2010. ISBN 978-80-7315-185-0

HARTL, Pavel. *Psychologický slovník.* Jiří Budka. 1993. ISBN 80-901549-0-5

HAVLÍNOVÁ, Miluše. *Jak měnit a rozvíjet vlastní školu?* Praha: Agentura Strom 1994. ISBN 80-901662-2-9

HORÁK, Josef, KOLÁŘ, Zdeněk. *Obecná pedagogika.* Ústí nad Labem: UJEP, 2004. ISBN 80-7044-572-6

HEJNÝ, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně.* Praha, Karolinum, 2014. ISBN 978-80-7290-776-2

HEJNÝ, Milan, KUŘINA František. *Dítě, škola a matematika: Konstruktivistické přístupy k vyučování.* Praha: Portál, 2015. ISBN: 978-80-262-0901-0

HEJNÝ, Milan, MICHALCOVÁ, Anna. *Skúmanie matematického riešiteľského postupu.* Metodické centrum v Bratislave, 2001. ISBN 80-8052-085-2

KALHOUS, Zdeněk, OBST, Otto. *Školní didaktika*. Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178-253-X

KASÍKOVÁ, Hana. *Kooperativní učení a vyučování: Teoretické a praktické problémy.* Praha: Karolinum, 2001. ISBN 80-246-0192-3

KASÍKOVÁ, Hana. *Kooperativní učení, kooperativní škola.* Praha: Portál, 1997. ISBN 978-80-7367-712-1

KAŠŤÁK, Ondrej. *Je pedagogika připravená na změny perspektiv? Rekontextualizace pohledů na výchovně-vzdělávací proces pod vlivem radikálního individuálního konstruktivismu a postmoderního sociálního konstruktivismu.* Pedagogika:2002. ISSN 0031-3815

KUŘINA, František. *Umění vidět v matematice.* SPN.1990. 978-80-04-23753-0

LAŠEK, Jan. *Sociálně psychologické klima školních tříd a školy.* Hradec Králové: Gaudeamus, 2007. ISBN 978-80-7041-980-9

MAŇÁK, Josef. *Výukové metody.* Paido. 2003 ISBN 80-7315-039-5

MAREŠ, Jiří, KŘIVOHLAVÝ, Jaro. *Komunikace ve škole.* Masarykova univerzita v Brně, 1995. ISBN 80-210-1070-3

NOVOTNÁ, Jarmila. *Analýza řešení slovních úloh.* Praha, Univerzita Karlova v Praze, 2000. ISBN 80-7290-011-0

NOVOTNÁ, Jarmila. *Zpracování informací při řešení slovních úloh*. Hejný, M. a kol. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova. 2004

PAŘÍZEK, Vlastimil. *Obecná pedagogika.* Praha. Karolinum 1996. ISBN: 80-7066-339-1

PETTY, Geoffrey. *Moderní vyučování.* Praha: Portál 1996. ISBN 80-7178-070-7

PIKE, Graham. *Globální výchova jako alternativní vzdělávací systém, jeho cílem je výchova všestranně vzdělané osobnosti.* Praha. Grada 1994. ISBN: 80-85623-98-6

PÓLYA, György. *Jak to řešit?: překvapivé aspekty (nejen) matematických metod.* Přeložil Oldřich KOWALSKI. Praha: MatfyzPress, 2016. Popularizace. ISBN 978-80-7378-325-9.

PRŮCHA, Jan. *Přehled pedagogiky*. Praha. Portál 2006. ISBN: 80-7178-944-5

PRŮCHA, Jan, WALTEROVÁ, Eliška, MAREŠ, Jiří. *Pedagogický slovník.* Praha. Portál 2003. ISBN: 80-7178-772-8

RENDL, Miroslav, VONDROVÁ, Naďa a kol. *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů.* Praha 2013. Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta. ISBN 978-80-7290-723-6

SKALKOVÁ, Jarmila. *Obecná pedagogika.* Praha. ISV nakladatelství 1999. ISBN 80-85866-33-1

SKALKOVÁ, Jarmila. *Pedagogika a výzvy nové doby.* Brno. Paido, 2004. ISBN 80-7315-060-3

ŠEDIVÝ, Ondrej. KRIŽALOVIČ, Karol. *Didaktika matematiky pro štúdium učiteľstva 1. stupňa ZŠ.* Slovenské pedagogické nakladateľstvo. 1990. ISBN 8008003782

VALIŠOVÁ, Alena, KASÍKOVÁ, Hana a kol. *Pedagogika pro učitele.* Praha: Grada, 2011. ISBN: 978-80-247-3358-9

VONDROVÁ, Naďa, RENDL, Miroslav a kol. *Kritická místa matematiky základní školy v řešení žáků.* Praha 2015. Karolinum. ISBN 978-80-246-3234-6

VYGOTSKIJ, Lev Semjonovič. *Psychologie myšlení a řeči.* Praha. Portál 2004. ISBN 80-7178-943-7

VYKOPALOVÁ, Hana. *Sociální klima školní třídy a možnosti jeho ovlivňování.* Olomouc: Rektorát Univerzity Palackého v Olomouci, 1992. ISBN 80-7067-161-0

VYŠÍN, Jan. *Metodika řešení matematických úloh.* Praha, 1962. SPN č.25-2-01

KRYKORKOVÁ, Hana, CHVÁL, Martin. *Rozvoj metakognice – cesta k hodnotnějšímu poznání [online] Praha duben 2018.* Dostupné z http://pages.pedf.cuni.cz/pedagogika/?p=2162&lang=cs

STEHLÍKOVÁ, Naďa, CACHOVÁ Jana. *Konstruktivistické přístupy k vyučování a praxe*. [online] Praha duben 2018 Dostupné z http://class.pedf.cuni.cz/video/DMb/B04.pdf

LOKAJÍČKOVÁ, Veronika. Metakognice – vymezení pojmu a jeho uchopení v kontextu výuky. [online] Praha duben 2018 Dostupné z http://pages.pedf.cuni.cz/pedagogika/?attachment_id=10791&edmc=10791

Seznam příloh

Příloha 1 – Ukázka metodických listů

PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKA

Téma: Slovní úlohy pro 4. ročník

Jméno žáka, škola:

Datum vypracování:

1. Tři kamarádi jeli na výlet, nejprve vlakem, pak autobusem. Za jízdenku na vlak zaplatil každý 18 Kč, za jízdenku na autobus 23 Kč. Kolik korun zaplatili celkem za jízdenky?

2. Na farmě sebrali za tři dny 945 vajec. První den sebrali 213 vajec, druhý den o 40 vajec méně než první den. Kolik vajec sebrali třetí den?

3. Jitka přečetla o jarních prázdninách knihu, která měla 650 stránek. V pondělí přečetla 50 stran, ostatní dny (od úterý do neděle) četla každý den stejný počet stran. Kolik stran přečetla v pondělí a v úterý dohromady?

4. V továrně vyrobili dělníci na jedné směně 6 600 součástek, na druhé směně o šestinu součástek více. Všechny součástky pak zabalili do krabic po jedné stovce součástek. Kolik krabic bylo připraveno na prodej?

5. Roční příjem pana Šimka byl 280 000 Kč, což bylo o 48 000 Kč více, než si vydělala paní Šimková. Kolik korun si vydělala paní Šimková? Jaký byl roční příjem obou manželů?

6. Nejvyšší horou světa je hora Mount Everest, která měří 8 848 m, což je o 4 038 m více, než kolik měří nejvyšší hora Evropy Mont Blanc. Kolik metrů měří nejvyšší hora Evropy?

7. Filmová pohádka trvá 93 minut. Kdy bude končit, jestliže začátek je v 16 hodin 45 minut?

8. Z cisterny, ve které bylo 12 hektolitrů vody pro kojence, odebrali dopoledne 580 litrů vody, což bylo o 230 litrů méně, než odebrali odpoledne. Kolik litrů vody v cisterně zbylo?

PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKA

Téma: Slovní úlohy pro 5. ročník

Jméno žáka, škola:

Datum vypracování:

1. Pan Veselý dostal za práci zaplaceno 945 Kč, pan Smutný dostal třikrát méně než pan Veselý. Kolik korun si musela paní účetní připravit pro oba dva?

2. Podél cesty má být vysázeno 26 stromů, vzdálenost mezi dvěma sousedními stromy bude 12 metrů. Jaká bude vzdálenost mezi prvním a posledním stromem?

3. Z desetimetrové role látky se prodalo nejprve 2,6 metrů látky. Další zákaznice si koupila 180 centimetrů látky a třetí potřebovala 3 metry a 7 decimetrů. Kolik látky se již prodalo? Kolik látky ještě zbylo?

4. V pekárně pečou tři druhy koláčů, tvarohové, makové a povidlové. Makových je dnes 465 ks, což je polovina ze všech upečených koláčů. Tvarohových je třetina ze všech upečených koláčů. Kolik koláčů je povidlových? Kolik koláčů upekli dnes celkem?

5. V obchodě s horskými koly vyhlásili posezónní výprodej a poskytovali slevu ve výši jedné sedminy původní ceny. Novákovi koupili jedno kolo za 6 600 Kč a druhé za 5 400 Kč. Kolik korun ušetřili oproti běžné ceně?

6. Cyklista měl ráno na tachometru 328,5 km, v poledne 415,3 km a večer 531,1 km. Kolik kilometrů ujel dopoledne a kolik odpoledne? Kolik ujel za celý den?

7. Každý žák pátého ročníku provozuje alespoň jeden druh sportu, 17 dětí jezdí na kole a 15 dětí hraje fotbal. Do páté třídy ale chodí jen 26 žáků. Je to možné?

8. Podnik prodal v prvním čtvrtletí zboží za 18 470 000 Kč. Jeho náklady ale byly 14 697 000 Kč. Stačí získané peníze na nákup nových strojů za 3 800 000 Kč?

Příloha 2 – Strukturované rozhovory žáků z roku 2014

U1: Úvodní informace k vyplnění úkolů –Adam

Ž1: Začíná řešit zadané úkoly. Úkol č. 1. Výpočty zapisuje na papír zvlášť a odpovědi zapisuje do předepsaného papíru. U výpočtů si vypomáhá prsty při sčítání nebo odčítání.

Ž2: Řeší úkol č. 2. Zapisuje výsledek.

U3: Změna pohledu kamery.

Ž3: Řeší úkol č. 3. Zapisuje výsledek.

Ž4: Řeší úkol č. 4. Zapisuje výsledek.

Ž5: Řeší úkol č. 5. Zapisuje výsledek.

Ž6: Řeší úkol č. 6. Zapisuje výsledek.

Ž7: Řeší úkol č. 7. Zapisuje výsledek.

Ž8: Řeší úkol č. 8. Zapisuje výsledek. *Já už to mám.*

U4: Máš to hotové, ano?

Ž9: *Ano*

U5: Zkus mi říct, tady, jsem se díval, jak jsi dospěl k tomu číslu, že přečetla 100 stran?

Ž10: *No, protože, eee, v pondělí že přečetla 50 stran a ostatní jakoby od a .. a jako, když to je v pondělí a úterý dohromady vlastně pořád stejně tak 50 + 50.*

U6: 50 + 50, jo?

Ž11: *Nebo.... no?*

U7: A tady u té slovní úlohy jsem zaznamenal, že máš v podstatě výsledek, že krabic připravili tolik a tolik. Jak jsi to vypočítal?

Ž12: *že jsem to 6 600 součástek, tak když to je šestina součástek tak 100krát 6.*

U8: Odchází z třídy na chodbu, utišit ostatní žáky o přestávce.

U9: Vrací se zpět. Když se podíváme tady, jestli mi ještě okomentuješ tady ty dvě slovní úlohy (úloha č.7 a č.8.) Jak jsi dospěl k tomu, že v 18:18 hod. bude končit ta pohádka?

Ž13: *Protože jsem si řekl, že v 16:45 začíná, tak plus 60, když vezmu z 93 minut, tak to bude 17:45, pak si vezmu 15 minut ze 30 a máme 18, a pak nám zbyde tím pádem 18 minut a to je 18:18.*

U10: Hm, výborně. A tu poslední ještě teda. Tady nikde nevidím, jo tady, zkus to ještě nějak okomentovat.

Ž14: *Protože, mě napadlo, že 1 hl je vlastně 100 litrů vody, tak jsem 100 litrů vody (*není rozumět další části) *o když odeberu od 580 litrů ... ne, protože pak jsem si, jakoby 580 mínus 230 jsem zapomněl, to máme 350 a pak ještě 610 mínus 350 to se rovná* Zapisuje 610 – 350

U11: Co je těch 350?

Ž15: *To je těch jakoby 580 mínus 230, jsem to zapomněl udělat, že jsem si to neodebral a odebral jsem jen těch 230. To je 170, takže mínus 270 to je, to se máme 12 litrů, 35 litrů to máme, ne to je moc 150* (není rozumět) *to je 350 litrů.*

U12: Ještě mi prozraď, dopoledne odebrali 580 litrů, což bylo o 230 litrů méně, než odebrali odpoledne. To znamená

Ž16: *Aha, to vlastně musíme dát, no jasně, jasně.*

U13: Takže bude ještě nějaká změna?

Ž17: *Hm, takže*

U14: Proč?

Ž18: *Protože, eee, vlastně odebrali o 580 litrů vody, takže vlastně předtím eee, odpoledne odebrali vlastně o 230 litrů víc, což je 810.*

U15: Hm. Jestli chceš, tak to ještě můžeš přepočítat.

Ž19: *ehm, 620–810.* (Zapisuje příklad a počítá) *mínus 80, tady ještě bude dvojka.*

U16: Tak mi to zkus vysvětlit. Máme 1 200 litrů vody, jo, dopoledne odebrali 580 litrů

Ž20: *jo to je tisíc, 620.*

U17: To je 1 200 – 580

Ž21: *620*

U18: to je 620 (do třídy vstupuje učitelka s dotazem) a teď máme 230 litrů méně, to znamená, těch 580 a 230 bud spolu souviset jak?

Ž22: *Že jakoby to bude o 230 litrů jako více.*

U19: Více než co?

Ž23: Více než 580.

U20: Takže jak zjistíme, kolik litrů odebrali odpoledne?

Ž24: *No dáme si 580 + 230*

U21. A to nám vyjde teda?

Ž25: *To nám vyjde, 700, to nám vyjde dohromady teda 810, no.*

U22: 810. Tak jestliže víme, že dopoledne odebrali 580, tak proč tady máš 620?

Ž26: *Protože 1 200 mínus 580 se rovná 620.*

U23: Jo, hm. Tak, a jestliže teda nám zbylo 620 litrů, a ještě se odebralo 810 litrů, tak z toho vyplývá co?

Ž24: *Že potřebujeme další cisternu.*

U24: Že potřebujeme další cisternu. A když bys měl odpovědět na otázku, kolik litrů voda v cisterně zbylo, za těchhle těch okolností, jak bys odpověděl?

Ž25: *Mínus* (přemýšlí) *bylo by to 210, mínus?*

U25: Může v cisterně zůstat -210 litrů vody?

Ž26: *Ne, nemůže.*

U26: Tak kolik tam může zůstat vody?

Ž27: *999...* (to třídy vstupuje žák a odchází) *dvě stě, ne. No, 299.*

U27: To znamená, kdyby přijela další cisterna, ale v té původní cisterně zbylo vody?

Ž28: *No nula.* Zapisuje odpověď.

U28: Napadá tě ještě nějaká odpověď, jak by se dalo na tu otázku odpovědět?

Ž29: *No, jakože bychom si vzali tu další cisternu, jako jinak už nevím.*

U29: Hm, dobře. Ještě na něco se chceš podívat, napadá tě něco k tomu?

Ž30: Kroutí záporně hlavou. *Ehm.*

U30: Bylo to těžké?

Ž31: *No jakoby, jak co.*

U31: Co bylo nejtěžší?

Ž32: *Todleto.* Ukazuje na úkol č.8.

U32: Dobře a mimo tu úlohu?

Ž33: *Tak to asi bylo, asi myslím že tohle. (*Ukazuje na úkol č.4.)

U33: To znamená ty součástky.

Ž34: *a ještě todlencto.* (Ukazuje na úkol č. 2)

U34: A nejlehčí?

Ž35: *A nejlehčí to bylo tohle.* Ukazuje na úlohu č.3.

U34: To čtení té knížky. Chceš se na ní ještě podívat, na tu otázku?

Ž35: *Radši ještě jo.* Čte si zadání. *Je to od pondělka do úterka jako?*

U35: Co myslíš?

Ž36: *Že by to bylo od pondělí do příštího úterý, vlastně jako.*

U36: Zkus si přečíst tu otázku ještě jednou, na co se tě ptá.

Ž37: Čte zadání úlohy. Po dočtení říká: *No, 100 stran. Jinak nevím.*

U37: Ještě jednou mi řekni to zdůvodnění, těch 100 stran?

Ž38: *eee, když, eee, ostatní dny, v úterý do neděle četla stejný počet stran tak 50 + 50, tak, že v pondělí 50 stran, za úterý 50 stran.*

U38: A jak jsi přišel na to, že těch 50 stran bylo od úterý do neděle?

Ž39: *Ne, že každý den od úterý do neděle bylo 50 stránek*

U39: A jak jsi přišel na to, že to je těch 50 stránek?

Ž40: *Protože tady to píšou. V pondělí přečetla 50 stránek, ostatní dny od* (odmlčení), *aha... jo aha, tak to chápu, takže to vlastně nepřečetla stejné strany, takže od úterý do neděle musela přečíst těch dalších 600 stran.*

U40: Hm.

Ž41: *Takže to máme 6 dnů, takže 600 děleno 6, to se rovná 10, ne to se rovná, eee, 100, že ano*

U41: 600 děleno 6 je 100

Ž42: *Takže 50 + 100 to bude.*

U42: Proč?

Ž43: *No, protože v úterý a ve středu a neděli a tak dále, přečetla 150, ne, no, přečetla 150, nebo ne, jako v úterý přečetla 100 stránek, ve středu taky 100 stránek, takže 50 + 100 stran je 150.*

U43: Zkus ten výsledek napsat celý, protože tak to vypadá že to je 5 stran, aby to bylo úplně zřetelné.

Ž44: *Tak to už bude asi všechno.*

U44: Je to všechno, další úkoly už tam nejsou.

U1: Úvodní informace k vyplnění úkolů - Boris 2014

Ž1: Vypisuje jméno a příjmení.

Ž2: *Můžu začít? A je to jedno, jestli střídavě nebo?*

U2: Ano

Ž3: Vypracovává úkol č.1 *A tady si můžu taky psát.*

U3: Jak ti to bude vyhovovat. Pokud by si chtěl nějaký papír ještě navíc, tak ti klidně můžu dát.

Ž4: Čte úkol č.2. následně bez vypracování pokračuje úkolem č.3.

Ž5: Vypracovává úkol č.3.

Ž6: Čte zadání úkolu č.4 a vypracovává.

Ž7: Čte zadání úkolu č.5 a vypracovává.

Ž8: Čte zadání úkolu č.6, který přeskakuje.

Ž9: Čte zadání úkolu č.7 a vypracovává.

Ž10: Čte zadání úkolu č.8 a vrací se k úkolu č.6.

Ž11: Opět čte zadání úkolu č.6 a vypracovává.

Ž12: Čte zadání úkolu č. 2 a vypracovává.

Ž13: Čte zadání úkolu č.8 a nevypracovává. *Už nevím.*

U4: Takže jsi hotov v téhle chvíli?

Ž14: *Ano. Tady nemám hotové ještě jedno cvičení, ale to fakt nevím.*

U5: Nevíš. A chtěl by ses na to podívat, že bychom se na to podívali společně? Že bychom to projeli.

U6: Tak, tady ta první slovní úloha byla o čem?

Ž15: *No, že ti 3 kamarádi jeli na výlet a vždycky jedna jízdenka stála 18 korun a jedna 23, takže to krát, když byli tři, 18krát 3 a zase pak 23krát 3.*

U7: Hm, výborně.

U8: Ten druhý úkol?

Ž16: *To jsem moc nepochopil.*

U9: Tak o čem byla, zkus mi říct o čem to bylo?

Ž17: *Že tam byla farma, za tři dny si vydělili 975 vajec a ta sebrali.*

U10: Kolik těch vajec bylo, prosím tě?

Ž18: *hm, 945 vajec a první den sebrali 213 vajec a druhý den o 40 méně, tak nevím, jak to mám spočítat, já jsem to zkoušel, ale jinak už nevím.*

U11: Hm, a co jsi měl zjistit teda?

Ž19: *Kolik těch vajec, kolik těch vajec sebrali 3 den.*

U12: Takže co víš?

Ž20: *Vím, že ten den, co sebrali 213 vajec a ten další den o 40 méně. Takže 213-40.*

U13: Hm, a to ti vyšlo kolik?

Ž21: *To jsem počítal něco jinýho.*

U14: Jo, a teď už víš, že je to 213–40, tak to zkus spočítat.

Ž22: *Jo. A vždycky to menší dolů nebo nahoru?*

U15: Co myslíš menší?

Ž23: *Když počítáme číslo, tak to 213–40, tak to 40 dáváme dolů.*

U16: Hm.

Ž24: Zapisuje příklad a počítá. *Tak 173.*

U17: Hm, tak a teďkom už víš, že teda první sebrali 213 vajec, druhý den sebrali.

173. Otázka, co po tobě vlastně chce ta slovní úloha?

Ž25: *No, abysme zjistili, kolik ten třetí den sebrali těch vajíček.*

U18: A jak bys to teď vypočítal, když víš, že první den sebrali 213, druhý den sebrali 173.

Ž26: *Takže 213 + sto sedmdesát, sto sedmdesát tři, 173.*

U19: Tak to zkus vypočítat.

Ž27: *Hm.* Zapisuje příklad a počítá. *Hm.*

U20: Ještě jednou se podívej na ten výsledek, prosím, tě.

Ž28: *Aha,* opravuje číslo 376 ne 386.

U21: To jsi přepsal, dobře. Takže co jsi teďkom vypočítal?

Ž29: *Teď jsem vypočítal, kolik za ty dva dny, vzali těch vajíček.*

U22: A ty máš vypočítat co?

Ž30: *Kolik jako tři dny, za ty tři dny sebrali těch vajíček.*

U23: Kolik sebrali za 3 dny?

Ž31: *No?*

U24: Podívej se ještě jednou na tu otázku.

Ž32: *Kolik vajec sebrali třetí den. Kolik sebrali třetí den.*

U25: Je v tom rozdíl? A jak bys to vypočítal?

Ž33: *To já nevím.*

U26: Nevíš. Dobře.

U27: Teď tady máme 3 úlohu. O čem ta úloha byla? Řekni mi to vlastními slovy.

Ž34: *No, to je, že Jitka přečetla knížku, která měla 650 stránek a v pondělí přečetla 50 stránek. Takže, a od úterka do pondělka přečetla stejný počet stránek.*

U28: Od úterý do kdy?

Ž35: *do neděle.*

U29: Co máš zjistit?

Ž36: *Kolik pak přečetla, nebo kolik stránek přečetla v pondělí a v úterý dohromady. No, to je 50krát 6.*

U30: Proč 50krát 6?

Ž37: *No, protože, když je to úterý, a to kolik chybí do neděle, kolik je těch dnů, je 6.*

U31: 6 dnů. Dobře. To znamená, ta otázka se ptala na co, Tomáši?

Ž38: *Kolik přečetla stránek za 6 dnů?*

U32: Určitě? Přečti si tu otázku ještě jednou.

Ž39: *Kolik stránek přečetla v pondělí a v úterý dohromady. A tak kolik přečetla dohromady těch stránek.*

U33: kolik přečetla dohromady stránek za kolik dnů?

Ž40: *Za šest.*

U34: Hm, dobře.

U35: A čtvrtá slovní úloha, ta byla o čem?

Ž34: *No, tam bylo to, v továrně, tam dělali různé šroubky a tak dále a pak kolik těch krabic jako by vyslali za stovku.*

U36: Kolik vyslali za stovku? To znamená, víš tam byl nějaký počet součástek, které vyrobili a zjistit jsi měl co?

Ž35: *Pak kolik, pak se ještě musely dát do krabic, ty byly po stovkách, pak měli zjistit, kolik si vydělali, nebo kolik prodali těch krabic.*

U37: Kolik prodali těch krabic. Dobře. A co na té úloze bylo zvláštní?

Ž36: *No, že tam, zvláštní? Že tam*

U38: Co víš o té úloze?

Ž37: *Že pak těch 6 600 se musí koupit, 6krát víc.*

U39: To znamená 6krát více, je tam napsáno 6krát více v té slovní úloze?

Ž38: *eee, ne, šestinu*

U40: O jednu šestinu více. Dokázal bys vypočítat, jednu šestinu a z jaké částky, nebo z kolika součástek o jednu šestinu více?

Ž39: *No těch 6 600.*

U41: Jo, z těch 6 600, máme vypočítat jednu šestinu. Jak bys to vypočítal?

Ž40: *No, krát 6, tak jak to mám?*

U42: tak jak to máš, 6 600krát 6. A pak jsi počítal, vidím, že tady máš krát 100. To znamená co?

Ž41: *To je pak, jak to prodávali, takhle si vydělal.*

U43: Jakože, vydělali

Ž42: *Ty krabice.*

U44: a tam je někde uvedená cena, že si vydělali nějaké peníze za to?

Ž43: *To ne, ale tam je, že jedna krabice stála stovku.* Něco říká velmi překotně, není srozumitelné k přepisu. *Jedna součástka je jedna krabice sto devadesát, tisíc šest set krabic by to bylo.*

U45: Dobře. Tak podíváme se dál.

U46: O čem byla slovní úloha č.5?

Ž44: *Že tam je, eee, Šimka, roční příjem pana Šimka, měl 280 000 což bylo o 48 000 víc, než si vydělala paní Šim, Šimková.*

U47: Hm.

Ž45: *Takže jsme měli zjistit, kolik si vydělala paní Šimková.*

U48: A ještě něco?

Ž46: *Kolik korun si vydělala, jak a roční příjem a to nevím.*

U49: Dobře. Jak jsi vypočítal, kolik si vydělala paní Šimková?

Ž47: *No, že, 280 000–48 000?*

U50: Hm.

Ž48: *A to se rovná 231 990.*

U51: Hm, a jak jsi přišel na ten výsledek?

Ž49: *Že jsem dělal mínus?*

U52: Hm. Takže odečítal jsi.

Ž50: *no tak znamínko.*

U53: jo, že tam chybí znaménko. Dobře, a zkusíš to vypočítat ještě jednou? Jestli ten, nebo si zkontroluj, jestli ten výsledek je správně.

Ž51: *no..., hm..., dva*

U54: Jo? Souhlasí? Dobře. A ty ses zarazil nad tím, že tady jakoby máš odpověď na otázku, kolik korun si vydělala paní Šimková a byla tam ještě jedna otázka. Dokázal bys na ni odpovědět?

Ž52: *No, na jakou otázku?*

U55: No, když si přečteš tu slovní úlohu ještě jednou, tedy závěr, tak, co jsi měl vypočítat v té slovní úloze?

Ž53: *Kolik byl roční příjem*

U56: Hm, koho?

Ž54: Paní, teda obou manželů.

U57: Hm, a tu odpověď nebo řešení by bylo jaké?

Ž55: *Hm, bylo 231 990 + 280 000.*

U58: Hm, zkusíš to vypočítat?

Ž56: *Hm,* zapisuje příklad a počítá. *Hm.*

U59: Dobře.

U60: Slovní úloha č.6.

Ž57: *To bylo o nejvyšší hoře a jaká je větší nebo ...... že jsme měli zjistit, jaká je, kolik měří Mont Blanc.*

U61: A to jsi vypočítal jak?

Ž58: *Že, 8 848–4 038.*

U62: Hm, a těch 40 000, teda 4 038 je co za velikost? To znamená tu, co jsi počítal.

Ž59: *Že víc, než měří Mount Everest.*

U63: Více?

Ž60: *No, více, což je o, jo o méně.*

U64: Hm, a dostal jsi teda výsledek nebo vypočítal jsi, že ta hora měří kolik?

Ž61: *4 810?*

U65: Hm, dobře.

U66: A sedmý úkol byl o čem?

Ž62: *Že filmová pohádka trvala 93 minut a že začínala v 6 hodin a 45 minut, takže jsem si řekl + 93 minut, a to se rovná 17 hodin a 38 minut.*

U67: Dobře, říkal jsi v 6 hodin, v 16

Ž63: *No, tak*

U68: Jo, tak to byl spíš přeřekl. Dobře. Dokázal bys ještě vypočítat kolik je těch 93 minut, kolik je to třeba hodin a zbytek minut, anebo převést to na (doplňuje žák sám)

Ž64: *Tak to by byla jedna hodina a 43 minut.*

U69: Jedna hodina a 43 minut. Dobře. A cvičení 8.

Ž65: *To jsem právě nevěděl.*

U70: Co tě na tom zarazilo? S čím sis nevěděl rady?

Ž66: No, *já jsem věděl vypočítat, ale hm, 12 hektolitrů to by se muselo převíst na litry a to mínus těch 230 a to by byl ten výsledek pak.*

U71: Hm, a v čem je problém? Proč jsi to neudělal?

Ž67: J*á nevím jednu převést hektolitr na litr.*

U72: Jo, kolik má jeden hektolitr litrů. Takže v tom je problém. Dobře. Takže bys to pak odečetl 12 hl, nebo ten převod, - těch 230 litrů. A to by si dostal co?

Ž68: *Výsledek, kolik zbylo v nádrži ještě litrů.*

U73: Hm. Dobře. Fajn. Tak jo, … , děkuji za vypracování. Které slovní úlohy ti přišly, kdybys je měl zhodnotit.

Ž69: *Já s těma slovníma úlohama mi to moc nejde, spíš to normální počítání, ale zas to nebylo tak hrozný.*

U74: A co na tom bylo nejtěžší?

Ž70: *jako jaká nebo?*

U75: Obecně, kdybys to měl zhodnotit, tak na celé té práci bylo nejtěžší?

Ž71: *Tak takhle to nevím.*

U76: Nevíš. A je nějaká slovní úloha, kromě té poslední, která ti přišla těžká?

Ž72: *Těžká? To možná tohleto (*Ukazuje na úkol č.4) *to bylo docela složité počítání.*

U77: To znamená ta úloha č.4. s těmi součástkami. Dobře, děkuji za vypracování.

U1: Úvodní informace k vyplnění úkolů-Cyril 2014

Ž1: Vypisuje úvodní informace a vypracovává jednotlivé úkoly.

Ž2: *Hotovo.*

U3: Tak, podíváme se na to. Zkus mi říct, vlastními slovy, o čem byla tato (úkol č.1.) slovní úloha?

Ž3: *Ti tři kamarádi, nejdřív jeli tím vlakem to platili 18 korun a v autobuse taky 18 a v autobuse 23. 18 + 23 = 41.*

U4: A ta cena je...všichni 3 zaplatili 41 korun?

Ž4: *Hm, za jízdenku autobusem i vlakem.*

U5: Všichni 3?

Ž5: *Jo, všichni tři.* Přemýšlí a pak zapisuje 123, všichni.

U6: Jak jsi na to přišel?

Ž6: *41krát 3 je 123.*

U7: Co ta druhá slovní úloha? Co jsi měl zjistit?

Ž8: *kolik sebrali vajec třetí den.*

U8: A jak jsi přišel na to, že to bylo 905 vajec?

Ž9: *Aha, druhý den o, že jsem 40–945 je 905.* (říká si něco pro sebe)

U9: Co víš?

Ž10: *Že se sebralo za 3 dny 945 vajec a tím pádem sebrali, druhý den sebrali míň, než ten 3. Že druhý den sebrali 213 vajec a druhý den sebrali o 40 vajec méně.*

U10: Takže první den sebrali kolik vajec?

Ž11: *eee, 213.*

U11: Druhý den?

Ž12: *213*

U12: A třetí den?

Ž13: *213, druhý den o 40 méně,* (přemýšlí) *160 vajec druhý den.*

U13: Jak jsi na to přišel?

Ž14: *213-41, 173 vajec*

U14: A kolik ten třetí den?

Ž15: *386.*

U15: Jestli chceš, tak si ty výpočty můžeš napsat.

Ž16: *hm,* zapisuje 386

U16: Ten výsledek, co jsi napsal je co?

Ž17: *386 vajec*

U17: Já vím, ale co znamená ten výsledek?

Ž18: *Že sebrali za 3 dny, 386 vajec.*

U18: Za tři dny nebo třetí den?

Ž19*: Za tři dny.*

U19: Tady máš ale napsáno, že ze 3 dny sebrali 945 vajec a ta otázka se tě ptá na co?

Ž20: *Jo, kolik sebrali třetí den. Těch 173 vajec.* Po odmlce říká: *213 sebrali třetí den, když druhý den o 40 méně.*

U20: Takže ještě jednou, ten 3 den sebrali kolik těch vajec?

Ž21: *245*

U21: 245. Úloha č.3, jak jsi dospěl k tomu číslu, výsledku 100 stran?

Ž22: *Že Jitka přečetla 650 stran, v pondělí přečetla 50 a od úterý do neděle, čte furt stejný počet stran.*

U22: Takže jak jsi dospěl k těm 100 stranám?

Ž23: *Že 50 + 50 je 100.*

U23: Dobře. K úloze č.4. Tady máš napsáno číslo 18 600, to znamená co? Spíš, jaká byla otázka, co jsi měl zjistit?

Ž24: *v kolik krabicích překo.. součástek. eee bylo připraveno na prodej.*

U24: Podle tebe to bylo

Ž25: *18 600 krabic*

U25: Jak jsi k tomu dospěl?

Ž26: *Že 6 600krát 3 je osmnáctstšestset krabic*

U26: hm, a proč krát 3?

Ž27: *Že na, tady to,* (přemýšlí) *ehm, nevím. Jsem to tak nějak sečet trochu. Spočítal jsem to takhle.*

U27: Ten výsledek 18 600 je podle tebe správný?

Ž28: *Asi jo.*

U28: Dobře. Úloha č.5 Co jsi měl zjistit?

Ž29: *Kolik paní Šimková vydělala a její manžel. Kolik to bylo dohromady.*

U29: K jakému jsi dospěl závěru?

Ž30: *30 000, 300 000, 300, 300 tisíc, 320 800, 8 000.*

U30: Takže ještě jednou? Jaké je to číslo?

Ž31: *32 tisíc 8 tisíc*

U31: Tady máme řády …

Ž32: *Jednotky, desítky, stovky, tisíce, stotisíce, desetitisíce, stotisíce.*

U32: Zkus to číslo přečíst.

Ž33: *300 tisíc, 328 tisíc.*

U33: Dobře, jak jsi k tomu výsledku dospěl, že je to 328 000? To je výsledek, který říká, že dohromady si manželé vydělali, je to tak? A jak jsi k němu dospěl?

Ž34: *Že paní Šimáková si vydělala, hm, 208 tisíc a pan Novák, pan Šimák, vydělal dv, čt, 40 tisíc 800, 40, 48 000, vydělal pan Šimák.*

U34: Takže jsi sečetl ta dvě čísla. Dobře. Zajímalo by mě, jak jsi dospěl k výsledku úkolu č.8. Zkus mi říct, jak jsi dospěl k výsledku 18:18 minut?

Ž35: *Protože filmová pohádka trvala 93 minut a když začala v 16 hodin 45 minut, tak by to bylo 18:15 minut, protože hodina má 60 minut a plus 40 a zbylo mi ještě 40 minut a plus 40, to je taky jedna hodina a 10 minut a plus ještě ty minuty takže 3 + 5, jo,* (přepisuje 15 minut na 18 minut).

U35: Teď jsi to opravil, protože

Ž36: *Protože jsem si špatně vypočítal ty minuty.*

U36: Dobře. Tak poslední úloha, co jsi měl zjistit?

Ž37: *Kolik zbylo vody v litru. Kolik vody zbylo v cisterně, vody.*

U37: Máš napsáno 4 hl. A na to jsi přišel jak?

Ž38: *Že 230 + 580 je 700, 800, 710.*

U38: A dál?

Ž39: *A to jsem potom,* (nesrozumitelné) to jsem *sečetl s tím kolik mi zbylo. 800 hl a zbyla mi tam 4, hektolitry.*

U39: Říkal jsi, že 580 + 230 je 710.

Ž39: *eee, 810*

U40: Dobře, 810, a jak teda mohlo zůstat v nádrži 4 hektolitry?

Ž40: *Že jsem si převedl na hektolitry a bylo jich 12, takže mi zbyly 4, když 8 jich bylo a* (není srozumitelné) 4 hektolitry.

U41: Dobře. Chtěl by ses na něco zeptat?

Ž41: *Asi ne.*

U42: Přišel ti ten test jednoduchý, složitý, nebo která část byla těžší?

Ž42: *Asi tady ta.* (ukazuje na poslední úlohu)

U43: Ta osmička byla nejtěžší. Jinak ten zbytek

Ž43: *Už to bylo lehčí.*

U44: Která slovní úloha ti přišla nejjednodušší?

Ž44: *eee, ta... trochu tady ta,* (ukazuje na úlohu č. 6.)

U45: Tak jo, … , děkuji za vypracování.

Přepisy rozhovorů se stejnými žáky v roce 2018.

Záznam rozhovoru s Adamem

Vypisuje úvodní informace a vypracovává jednotlivé úkoly.

1. úkol řeší bez problémů.

2. úkol. Čte zadání a zapisuje rovnou 25.12

U1: Proč tady máš výpočet 25.12?

Ž1: *Protože většinou, vlastně, vždycky, když máte ty mezery, tak vlastně jeden strom se vymazává, ne? Nebo myslí, že jeden strom se tam nezapočítává, protože ty mezery, když tam jsou, tak je tam 25 mezer.*

U2: Fajn, děkuji za vysvětlení.

Řeší úkol č.3.

Zapisuje rovnou pomocí desetinných čísel.

Řeší úkol č.4.

Hned v úvodu kreslí obrázek. Kruh, který rozděluje na poloviny. Do jedné z polovin zapisuje 465 ks makových. Pak přemýšlí a rozděluje druhou polovinu na třetiny. Opět přemýšlí.

U3: Nad čím přemýšlíš?

Ž2: *Nad tím, jak to vypočítat.*

Vypadá to, že bude zapisovat pokračování, ale po chvíli začne ťukat tužkou o papír.

U4: Co je těch 465?

Ž3: *Jo, jasně. Přemýšlí. Ne, počkat.* Opět přemýšlí a začíná zapisovat 465:4= a provádí výpočet.

U5: Můžu se zeptat, co jsi teď vypočítal?

Ž4: *Když je 465 půlka, tak jsem si vzpomněl, že jedna třetina je vlastně jako tři čtvrtiny z tý poloviny. Takhle by to bylo* odmlčí se a vyznačuje v polovině obrázku tři díly. *Tři čtvrtiny je jedna třetina.*

U6: Mohl bys mi to ukázat na nějakém obrázku?

Ž5: Na jiný papír nakreslí opět kruh a hned vysvětluje: *Jakože tři čtvrtiny, ne čtyři čtvrtiny je jedna půlka a tři čtvrtiny je ta jedna třetina z tý půlky, myslím. Jakože, kdybychom to měli tahle…* Pokračuje v zakreslení své představy do obrázku. Následně jej škrtá a kreslí nový kruh. Rozdělí jej na poloviny a druhou polovinu opět rozdělí jednou čarou. (viz obrázek)

Ne, vlastně jsem udělal kravinu. Škrtá příklad s výpočtem. Úlohu opouští a jde řešit úlohu následující.

č.5 – Čte zadání a průběžně zapisuje jednotlivé informace do příkladu, který následně řeší. Průběžné řešení je správné, ale následuje chyba, kdy sčítá 700+1100=1 800 a zapisuje i odpověď.

U7: Můžu se tě zeptat, když jsi tady počítal 6 600:6, proč jsi to dělil šesti?

Ž6: *No, vlastně, protože když jsme odečetli jednu sedminu, tak zbylo vlastně šest šestin, tak jsem si to vydělil šesti a vynásobil sedmi.*

U8: Takže když odečetli jednu sedminu, tak zůstalo šest šestin?

Ž7: *No, ne, ale jako, já jsem to myslel, nevím, jak jsem to myslel. Protože sedmi to není dělitelný, takže to prostě musí být dělitelno šesti. Když dáme pryč jednu sedminu, tak nám zbyde šest sedmin. Teď jsme to vynásobili sedminama, tak jsem to myslel.*

U9: Těch 700 + 1 100 je co?

Ž8: *To je to, kolik ušetří, že jo. 5 400:6 je 700 a 700 + 1 100 je*

U10: Tady máš 700?

Ž9: *To jsem počítal z hlavy. To je rozdíl těch 6 300 mínus 5 400 je 700.*

U11: Takže když odečtu 6 300 – 5 400, tak mi vyjde 700. Prostor pro přemýšlení. Po chvíli žák reaguje.

Ž10: *Jo, už to vidím, nevyjde. Vyjde nám 1 100, taky*. Zapisuje do příkladu.

U12: Určitě? Když odečtu 6 300 mínus

Ž11: *Ale ne 900*

Dále řeší cv. 6.,7.,8. bez potíží.

Následně se vrací k příkladu č.4. Po chvíli vstupuje do řešení učitel.

U13: Můžu do toho vstoupit?

Ž12: *Jo*.

U14: Co víš z toho zadání? Jakou informaci máš?

Ž13: *Že ta jedna půlka je těch 465 a tady je ta jedna třetina.*

U15: Zkus si ještě jednou přečíst celé zadání.

Ž14: Žák čte znovu potichu zadání a pak se chystá psát.

U16: Víš, co máš zjistit?

Ž15: *No, kolik je povidlových a kolik koláčů upekli celkem. Tak jasně, to si vypočítáme celkem a z toho by se to dalo odvodit.* Zapisuje 465.2 =930 a následně dělí třemi a zapisuje výsledek 310. *Takže teďkom víme, že jich je 310 a teď stačí odečíst 465-310 a je to.*

U17: Dokázal bys říct, proč to původně nešlo?

Ž16: *Protože jsem si to nepřečet celý.*

U18: Jaká ti chyběla informace?

Ž17: *Ta poslední.*

U19: Která informace konkrétně, já teď nevím, co myslíš.

Ž18: *Kolik koláčů upekli dnes celkem. Protože kdybych si to přečetl, tak si myslím, že bych na to přišel. Já jsem to nedočet a hned jsem to začal řešit.*

U20: Dobře, děkuji.

Záznam rozhovoru s Boris 2018

Vypisuje úvodní informace a vypracovává jednotlivé úkoly.

Úlohu č.1 řeší bez problémů.

Úloha č. 2. Zapisuje 26.12 a výsledek komentuje, „*vzdálenost bude 32 metrů. To je blbost vlastně*“.

U1: Proč je to blbost?

Ž1: *„Přijde mi to nějak málo, když vlastně je tam 12 metrů mezi stromy.“*

U2: Co jsi počítal těch 26 a 12.

Ž2: *„Je tam 26 stromů a mezi nimi je mezera 12 metrů, tak jsem to dal jako krát.“*

U3: Ty jsi to tedy násobil?

Ž3: *„Ano.“*

U4: A jak jsi to násobil?

Ž4: *„2krát 6 je 12, jedničku si pamatuju a 1krát 2 je 2 a plus jedna je 3."*

U5: A neměli bychom násobit jednotky jednotkami a pak desítkami?

Ž5: *„Jo takhle, já to počítám vždycky takhle."*

U6: Ukazuje na jiném příkladu princip násobení.

Ž6: *„Jo takhle, já jsem to teď zapomněl."* Začíná zapisovat příklad znovu a opět se dopouští chyby. *„Takže výsledek je 1 312metrů."*

U7: Myslíš si, že je to reálné?

Ž7: *„Podle mě jo, když je tam těch stromů 26 a 12 metrů mezi nimi, tak ano."*

U8: Kdyby těch stromů bylo 10, dokázal bys říct, jaká by tam byla vzdálenost?

Ž8: *„Nějakých 600 metrů?"*

U9: Když budu mít 10 stromů a mezi nimi 12 metrů.

Ž9*: „120 ne 1 200 metrů. Nebo ještě jednou."*

U10: 10 stromů a mezi každým by bylo 12 metrů.

Ž10: Zapisuje 10 a pod to zapisuje 12. „*Tak to by bylo 120."*

U11: Když máme 10 stromů 120 metrů, tak 20 stromů by bylo kolik metrů?

Ž11: „*To by bylo nějakých 240.*"

U12: Tak je reálné, že by to bylo těch 1 312 metrů?

Ž12: „*To ne."*

U13: Ještě bych se zamyslel nad jednou věcí. Když tam je 26 stromů, kolik tam bude mezer mezi stromy?

Ž13*: „No, kolik…. 25? No, protože jeden se nepočítá. Si to nedovedu moc představit."*

U14: Mohl by sis to nějak znázornit, jak to vypadá?

Ž14: *„Kdybych si představil 3 stromky, kreslí tři tečky, tak tam jsou dvě mezery, takže je to vždycky o půlku."*

U15: Kdyby byly 4 stromy?

Ž15: *„Tak dvě, ne tři. Tak vždycky o jednu míň."*

U16: Když bude 5 stromů?

Ž16: *„Tak budou 4."*

U17: Když bude 10 stromů?

Ž17: *„Tak 9."*

U18: Když bude 26 stromů?

Ž18: *„Tak bude 25 mezer. Tak to mám vypočítat znova.“* Zapisuje 25krát 12. Nyní používá postup při násobení již správně a dostává výsledek 300.

Žák počítá cv.3.

Čte zadání. Pak komentuje, že si převede čísla na centimetry.

U19: Převeď si to, jak budeš potřebovat.

Ž19: *„To jsou úlohy, které moc nedávám, protože jsou dlouhé.“*

U20: Tak to zkusíš? Co víš?

Ž20: *„Že se prodalo 2,6 metrů z látky.“*

U21: Z čeho prodala látku?

Ž21: *„Z 10metrové role.“*

U22: Co bylo dále?

Ž22: *„Že si další zákaznice koupila 180 cm a další potřebovala 3 metry a 7 decimetrů. Tak bych si to převedl na stejnou jednotku, abych to mohl počítat.“*

U23: Výborně. Jakou jednotku by sis zvolil?

Ž23: *„Decimetry. Takže, to by stačilo sečíst a odečíst od těch 10 metrů.“*

Zapisuje jednotlivé délky pod sebe a sčítá. *„Já nevím, jestli jsem to převedl dobře, já vždycky používám takovou tabulku.“*

U24: Výborně jsi to převedl i bez tabulky.

Ž24: Sčítá, zapisuje 81 a pak vkládá desetinnou čárku. Dostává číslo 8,1. Pak zpaměti počítá a komentuje, že z 10metrové role zbylo nějakých 1,9 metrů.

Ž25: Řeší úkol č. 4. Čte zadání. Zapisuje pod sebou 465 a 465. Následně komentuje výsledek, *„to jsou všechny kusy. Půlka z toho je těch 465“* a znovu se vrací k textu a čte zadání. Pak zapisuje 930:3=310, pak gumuje nulu a komentuje, *„z těch 930 je to třetina tvarohových, tak to je ten počet“,* ukazuje na číslo 31. *„Přijde mi to málo.“*

U25: Jak jsi počítal?

Ž26: *„9 děleno 3 je 3, 3:3 je 1“*

U26: A ještě něco?

Ž27: *„Ta nula? 0:3 je 0, aha, tak tam má být ještě nula.“* Dopisuje k výsledku 0.

U27: Máme nějakou kontrolu, že je výsledek třetina?

Ž28: *„Že bych dal 310krát 3. To by nám mělo vyjít těch 465. Mám to vypočítat?“*

U28: Zkus to, prosím.

Ž29: Zapisuje nad výsledek 310 číslo 3 a násobí. Vychází mu 930. „*Hm… Jo, já jsem se díval na tohle*“ a ukazuje na číslo 465.

U29: Tak je to třetina?

Ž30: „*Ano*“. Vrací se ke čtení textu. Následně zapisuje pod sebe 465 a 310. Dostává výsledek 775. Pak se vrací k textu a zapisuje 930-775=155. *„Těch povidlových je 155.“*

Žák čte zadání úlohy č.5. *„To je vlastně po tý slevě, takže krát 7, abych věděl tu původní cenu.“* Zapisuje 6 600krát 7 = 46 200. Přemýšlí a dále zapisuje podle stejného modelu 5 400.7 = 37 800. *„Takže to je ta původní cena.“* Ukazuje na výsledky. *„Teď ještě odečíst tu slevu, abychom věděli, kolik se ušetřilo.“*

U30: Jen se tě zeptám, jestliže to kolo stojí 6 600 a zlevnilo o 1/7, ta původní cena ti přijde reálná?

Ž31: *„Přijde mi to hodně, ale zase o 1/7, to je dost.“*

U31: Kdyby ta sleva byla ve výši 1/5, byla by ta sleva větší nebo menší?

Ž32: *„Byla by nižší.“*

U32: Kdyby ta sleva byla ve výši ½, byla by větší nebo menší?

Ž33: *„Tak by byla pořád nižší. To je přece pořád 1/7 větší než ½.“*

U33: Zkus vyznačit 1/7 na papír.

Ž34: Zapisuje číslem 1/7.

U34: Jak bys to znázornil graficky? Pomocí obrázku, kolik je 1/7?

Ž35: *„To asi ne. Nebo, jako nakreslit kruh a rozdělit na 7 dílů?“*

U35: Nemusí to být kruh, co kdyby si zkusil obdélník a vyznačil v něm 7 dílů?

Ž36: Kreslí obdélník a rozděluje na 10 částí.

U36: Když mám slevu ve výši 1/7, jakou část bude tvořit celek?

Ž37: *„No, to nevím právě.“*

U37: Možná jsem se vyjádřil špatně. Představ si tento čtverec. Na papír kreslím čtverec. Tento čtverec chci rozdělit na poloviny. Jak bys ho rozdělil na poloviny?

Ž38: *„Dal bych ho takhle napůl.“* Vyznačuje čarou poloviny.

U38: Kolik je to polovin?

Ž39: *„Dvě.“*

U39: Když mám obdélník a chci ho rozdělit na třetiny? Jak bys ho rozdělil na třetiny?

Ž40: Do obrázku vyznačuje 3 díly, které ovšem nejsou třetinami. (viz. obrázek)

U40: Aby to byly třetiny, asi by bylo potřeba, aby byly stejné, že? Šlo by to vyznačit ještě jinak, aby to byly tři stejné části? Nový obrázek.

Ž41: Nyní vyznačil již správně.

U41: Kolik je těch třetin?

Ž42: *„Tři.“*

U42: Takže když vím, že sleva je ve výši 1/7, jaký bude celek? Kolik tam bude těch políček?

Ž43: *„Tak tam bude sedm políček.“*

U43: Tak si to zkus nakreslit.

Ž44: Kreslí obdélník a vyznačuje jednotlivé dílky. Vyznačuje jeden navíc, který následně škrtá.

U44: Aby nás to nemátlo, zkus nakreslit ten obrázek ještě jednou.

Ž45: Zakresluje.

U45: My víme, že ta sleva byla ve výši 1/7. Která část na tom modelu by byla ta 1/7? Zkus ji vyznačit.

Ž46: *„To by bylo to všechno a ukazuje na celý obrázek.“*

U46: Když je to 1/7?

Ž47: *„Vlastně ne, to by byl jenom ten jeden dílek.“* Vyznačuje poslední dílek na obrázku.

U47: Takže tohle celé, celý ten obrázek, byla ta původní cena, ano? Teď víme, že ta nevybarvená část je

Ž48: vstupuje do řeči a říká: *„už to chápu, to je cena bez tý slevy“*.

U48: To je kolik?

Ž49: *„To je těch 6 600. Takže bych měl dát spíš děleno.“* Zapisuje 6 660:7 = 933. Nějak takhle, ale (má pochybnost o výsledku)

U49: Vidím, že se ti to nezdá.

Ž50: *„No, moc mi to nejde.“*

U50: Pojďme se ještě vrátit k tomu obrázku. Řekli jsme, že toto je sleva ve výši 1/7. Jakou hodnotu má těchto 6 nevybarvených polí?

Ž51: *„Těch 6 600.“*

U51: Když těchto 6 polí má hodnotu 6 600, jakou hodnotu má každé jedno pole?

Ž52: *„To bych musel vydělit sedmi a pak bych zjistil, kolik má každé políčko.“*

U52: Proč bys to dělil 7?

Ž53: *„Vlastně bych to dělil 6. Takže by to bylo 1 100, každej kus.*“ (Výpočet provedl zpaměti)

U53: Takže když každé ze 6 polí má hodnotu 1 100, tak to poslední má jakou hodnotu?

Ž54: *„Taky 1 100. Takže se to zdraží o 1 100. A pak je tady to druhý kolo, který stojí 5 400. To je taky o 1/7, tak se to rozdělí na 7 kousků, jeden se nepočítá, takže to bych mohl vydělit.“* Zapisuje 5 400:6 = 900. *„Takže to je nějakých 900.“*

Začíná řešit následující úkol.

U54: Je to všechno k tomu příkladu?

Ž55: *„Ještě možná napsat odpověď.“*

U55: Jaká by byla ta odpověď, nemusíš jí psát, jen mi ji řekni.

Ž56: *„Hm, zakoupené kolo za těch 6 600 bylo zdraženo o 1 100 za těch 5 400 bylo zlevněno o 900.“*

U56: Otázka se nás ptala na co?

Ž57: *„No, kolik ušetří v obchodě. Tak to ještě sečíst a bylo by to 2 000.“*

U57: Stačí, fajn.

Řeší následující úlohu, kterou vyřešil bez dopomoci. Řeší ji výpočtem od večera a následně odečítá polední část. Následně sčítá oba výsledky.

Pokračuje úkolem č. 7. Při čtení si podtrhává jednotlivé údaje a následně říká. *„Tak to musím sečíst, abychom věděli, kolik dětí jezdí na kole a kolik hraje fotbal, abychom věděli ty ostatní.“*

U58: Zajímají nás ti ostatní?

Ž58: *„Ne, ale jako je jich tam 26, vlastně když sečteme tohleto, tak je to nějakejch 32, no, což je hodně.“*

U59: Je možné, aby do školy chodilo 26 žáků, 17 jich jezdilo na kole a 15 jich hrálo fotbal?

Ž59: *„No, kdyby jeden z nich dělal dva ty sporty*.“

U60: Kolik by bylo těch žáků, kteří by tady dělali dva sporty?

Ž60: *„Kolik by jich bylo? 6.“*

U61: Jak jsi na to přišel?

Ž61: *„Vlastně odečíst tady ty dvě čísla. Ukazuje na 32 a 26.“* Zapisuje pod sebe (bez znaménka) a zapisuje 6.

Pokračuje v řešení poslední úlohy. Opět podtrhává některá slova.

Ž62: *„Jo, tak zase si vypočítám, kolik je ta ¼ a pak kolik je ten celek a odečíst ten výdaj a pak náklady a sečíst, jestli by to zaplatilo.“*

U62: Jak rozumíš tomu úvodu slovní úlohy. Čtu nahlas první větu.

Ž63: *„No.“*

U63: Co znamená to čtvrtletí?

Ž64: *„To jako kdybychom ten rok rozdělili na čtyři díly a za jeden ten díl by vydělali tolik peněz.“*

U64: Budeme s tou čtvrtinou počítat?

Ž65: *„Jo, abysme zjistili, jestli nám stačí peníze na ten nákup.“*

U65: Představ si, že tady je leden a tady prosinec. (Kreslím čáru a vyznačuji krajní body)

Ž66: Vyznačuje tři díly a k jednomu zapisuje 18 470 000. *„Hm, tak to teď jen odečíst toto“* (ukazuje na obrázek) od 14 697 000.

U66: Budeme potřebovat vypočítat čtvrtinu?

Ž67: *„Ne.“* Zapisuje čísla pod sebe a nezapisuje znaménko. Dopouští se numerické chyby v řádu tisíců a miliónu. Po upozornění chyby opravuje a pak sděluje, že peníze na nákup nestačí.

U67: Děkuji za vypracování. Mám na tebe ještě jeden dotaz. Všiml jsem si, že si v některých příkladech podtrháváš nějaká slova, to ti někdo doporučil nebo jsi na to přišel sám? Proč to děláš?

Ž68: *„Já jsem to viděl u kámoše a pomáhá mi to. Když si to přečtu, tak to zapomenu, tak si podtrhávám ty nejdůležitější věci.“*

U68: A používáš třeba i obrázky, jak jsme si je tady kreslili?

Ž69: *„Papíry na to dostáváme, ale já to nedělám, protože nevím, jak si to mám nakreslit.“*

U69: Tak jo, děkuji moc.

Záznam rozhovoru s Cyrilem 2018

Vypisuje úvodní informace a vypracovává jednotlivé úkoly.

Začíná řešit úlohu č. 1. Zapisuje správný postup pro řešení, ale dostává se do potíží při samotném algoritmu dělení.

U1: Nad čím přemýšlíš?

Ž1: U zápisu 945:3 zapisuje za znaménko = 3 a následně říká *„45:3“* přemýšlí a po chvíli sděluje výsledek 15, který zapisuje do podílu. *„Takže pan Smutný, nebo co to bylo, dostal 315 korun. Učitelka musela připravit pro oba, aha, tak ještě musím vypočítat.“* Zapisuje znak = a píše číslo 1 160. *„Takže paní učitelka musela připravit pro oba 1 160 korun. Tak a pokračuju dál.“*

Po letmém přečtení komentuje úlohu slovy: Ž2: *„To je hrozná úloha tady ta.“*

U2: Jak to?

Ž3: *„Já ty úlohy znám.“* Čte opět nahlas zadání slovní úlohy.

U3: V čem je teda problematická ta úloha?

Ž4: *„Já nevím, ale pamatuju si ji.“*

U4: Jak bys ji řešil?

Ž5: *„Když bude první strom od druhého 12 metrů, tak to vynásobíme 12krát 26.“* Zapisuje a počítá. *„Tak to bude 333 metrů.“*

U5: Jak by ses přesvědčil, jestli je to správně?

Ž6: *„Že bych šel, jeden strom 12, další strom 14, eee, 24, pak další 36 a tak dále, až bych se k tomu dopočítal.“* (Mezitím zapisuje jednotlivé čárky na papír, které představují stromy.)

U6: Zkusíš to?

Ž7: Zapisuje další čárky a zpaměti připočítává násobky čísla 12. Dochází k situaci, kdy pamětně občas zapomíná na výsledek až se dostává k číslu 348, které zapisuje a začíná počítat počet zakreslených stromů. *„Trošičku jsem přetáhl počet stromů.“* Počítá znovu počet stromů a vyznačuje počet 26. *„Takže dáme prostě mínus.“* Odčítá od konce a dochází k číslu 312.

U7: Jak je možné, že ti tady vyšlo 333?

Ž8: *„Asi jsem počítal špatně.“*

U8: Najdeš tu chybu?

Ž9: Začíná kontrolovat výsledek multiplikativní operace. Nachází chyby, které opravuje a dochází k výsledku 312.

U9: Kolik máš těch stromů?

Ž10: *„26."*

U10: Na co se ptá ta úloha?

Ž11: *„Kolik je vzdálenost mezi prvním a posledním stromem. To asi nebude ono."*

U11: Proč myslíš?

Ž12: „Ne, bude to ono, když jeden strom je 12 metrů, tak to vynásobíme a je to."

U12: Dovedeš si představit tu alej stromů?

Ž13: *„Jo."*

U13: Bude tam stejný počet stromů a mezer?

Ž14: *„Jo, počkat ne. Těch mezer bude trošičku víc."*

U14: Když spočítáš na tom svém obrázku počet mezer, kolik jich bude?

Ž15: Počítá jednotlivé mezery. *„25, tak jich je míň."*

U15: Jak bys to zapsal matematicky?

Ž16: *„25krát 12."* Zapisuje příklad a počítá. *„Takto vyšlo 300. Tak můžu dál?"*

U16: Určitě.

Ž17: Čte zadání úlohy č.3. *„To je trošičku těžší."*

U17: V čem je to těžší?

Ž18: *„Jsou tady desetinná čísla a musíme to převádět a pak ještě nějaké ty blbosti okolo."*

U18: Hm. Co bys považoval za nejdůležitější udělat jako první?

Ž19: *„Asi převést na metry. Takže 7 decimetrů je 70 metrů. Teď těch 180, to bude 1,8 a teď už to mám všechno převedlý. A teď to jenom sečtem. Jo, sečtem to. Anebo si to převedem, aby to bylo ve stejných jednotkách, jako to číslo."* Ukazuje na číslo 70.

U19: Jak bys to převedl, abys tam neměl to desetinné číslo?

Ž20: *„Vynásobil jsem to deseti. Teď tady to ještě, to je 26. Takže 70, 18 a 26."* Škrtá číslo 1,8. *„A teď to jenom sečtem."* Zapisuje čísla pod sebe a sčítá. *„Takže to je 117."*

U20: Co ti to teď vyšlo?

Ž21: *„Kolik se té látky prodalo. Takže 117 metrů látky se prodalo. Takže, kolik teď zbylo. Z desetimetrové role, aha. Takže to teď musíme sečíst, ještě."*

U21: Zkusme to ještě jednou. Čtu první větu zadání úlohy, když do toho vstupuje žák.

Ž22: *„Tak to musíme sečíst."*

U22: Proč to budeš sčítat?

Ž23: *„Protože se tady těch 2,6 metrů prodalo z těch 10 metrů látky, a nemůže zůstat z 10 metrů látky, když se něco prodalo, to by nešlo.“*

U23: Kolik látky tam tedy teď zůstalo, když se prodalo 2,6 metrů?

Ž24: *„7,4.“*

U24: Takže jsi to sčítal nebo odčítal?

Ž25: *„Sčítal. Teda odčítal.“* Zapisuje 7,4.

U25: Teď je tam informace, že si další zákaznice koupila 180 cm.

Ž26: *„Tak si teď to převedu tak, abych tam měl desetinný čísla.“*

U26: Kolik to je, těch 180 cm metrů?

Ž27: *„1,8.“* Zapisuje číslo 1,8 vedle.

U27: Co teď uděláš?

Ž28: *„To sečtu. Nebo, spíš jo.“* Zapisuje však číslo 6,4.

U28: Proč jsi tady zapsal číslo 6,4?

Ž29: *„Jsem to sečetl.“*

U29: Opravdu jsi to sečetl? Kdybys sčítal čísla 7,4 a 1,8 tak by ti vyšlo 6,4?

Ž30: *„To mi došlo.“* Škrtá výsledek a zapisuje 7,4 – 1,8. Zapisuje a nahlas komentuje 62,4.

U30: Proč 62,4?

Ž31: *„Vlastně jsem posunul desetinnou čárku.“*

U31: Jak jsi postupoval při výpočtu?

Ž32: *„8–4 jsou 4, desetinnou čárku napíšeme pod sebe, a teď 8–7 je 1. Nebo ne?“*

U32: Určitě se to počítá takto? Neměl bys spíše počítat 8 a kolik je 14?

Ž33: *„Jo, to je jinak. To je 6.“* Přepisuje původní výsledek. *„Takže i dále bude chyba. 1 + 1 jsou dvě a kolik je 7, a 5.“*

U33: Co jsme teď vypočítali?

Ž34: *„Že nám v té roli zbylo 5,6 metrů látky.“*

U34: Co tedy dále?

Ž35: *„Že musíme sečíst ty 3 metry a 7 decimetrů. Takže normálně 5,6 – 0,3 = 5,3.“*

U35: Říkal jsi, že odečítáme 3 metry nebo 0,3?

Ž36: *„3 metry.“*

U36: Takže může to být napsáno tak, jak jsi to napsal?

Ž37: Škrtá příklad a zapisuje pod sebou 5,3 – 3. Trojku však zapisuje pod desetiny.

U37: Jak to budeš teď počítat? Budeš odčítat trojku od trojky nebo od pětky?

Ž38: *„Od trojky. Ne, od pětky."* Zapisuje výsledek 2,6.

U38: Ještě něco budeš počítat?

Ž39: *„Ještě tu sedmičku. To převedeme na metry."* Zapisuje pod výsledek - 0,7. *„Tak a teď to asi sečtem. Takže 7 a kolik je 16, a 9, jedna plus 0 je 1 a kolik je 2 a jedna. Takže nám zbyde 1,9m látky."*

Ž40: *„Takže další příklad."* Čte si zadání další úlohy. *„Takže budeme počítat koláče, to je jasné. Makových je 465 kusů, což je polovina ze všech upečených koláčů. Tvarohových je 1/3 ze všech upečených koláčů a kolik koláčů je povidlových, to nevíme."* Průběžně zapisuje informace. *„Takže musíme vypočítat, kolik koláčů upekli celkem. Tak to budeme všechno asi sčítat. Jo, budem to sčítat. A teď jak? Takže, teď to vydělíme 265 děleno 2."*

U40: Proč?

Ž41: *„Protože makových je 465, a to je polovina všech upečených koláčů."*

U41: Dokázal bys říct, kolik je celkem upečených koláčů?

Ž42: *„No, dvě stě něco."*

U42: Podíváme se ještě jednou na informace, které máme. Čteme zadání úvodu slovní úlohy až k informaci, že makových je 465, což je polovina ze všech upečených koláčů.

Ž43: *„Takže to sečtem s nějakým jiným kusem, spíš."*

U43: Jak rozumíš tomu, že těch 465 je polovina ze všech upečených koláčů?

Ž44: *„No, to nevím."*

U44: Jak vypočítáš, kolik jich je celkem?

Ž45: *„No, vydělím to."*

U45: Proč to budeš dělit a čím?

Ž46: *„Dvojkou."* Zapisuje příklad 465:2 = 23… *„To nevychází."*

U46: Co nevychází?

Ž47: *„To dělení mi nejde."*

U47: Tak se na to podíváme společně?

Ž48: *„Ano. 4:2 jsou dvě a zbytek nula, napíšu nulu, 6:2 jsou 3 a zbytek je nula. 5:2 jsou dva a zbytek je 3."*

U48: 5:2 rovná se 2, to znamená 2krát 2 jsou 4 a kolik je 5?

Ž49: *„A jedna."* Opravuje ve výpočtu.

U49: Takže těch koláčů je celkem kolik?

Ž50: *„232."*

U50: Je to možné?

Ž51: *„V podstatě jo, ještě bych tam dal desetinnou čárku."*

U51: Takže když ta úloha říká, že makových je 465 a je to polovina ze všech upečených, tak všech je 232?

Ž52: *„Je to možné."*

U52: Tak si to zkusme ukázat na jiném příkladu. Představ si, že se upeče 10 koláčů.

Ž53: Zakresluje dvě řady koleček po 5.

U53: A teď ti řeknu, že je to polovina ze všech koláčů, které upekli.

Ž54: Odděluje čarou v obrázku pět koláčů a říká, *„tak jich je pět."*

U54: My ale víme, že to je polovina ze všech, které upekli.

Ž55: *„Jo, tak to ještě musíme sečíst s nějakým číslem, dejme tomu. Dejme tomu, že jich je 20 a toto je polovina, takže 20krát, ne, jo, 20 + 10 je 30, takže celkem je to 30 koláčů."*

U55: Takže když jich je polovina deset, tak celkem jich bude 30?

Ž56: *„Když to sečtem, tak jo."*

U56: Tak si představ, že mám dva koláče–kreslím na papír dvě kolečka a odděluji vodorovnou čarou-a vím, že je to polovina ze všech, které se upekly, kolik se upeklo celkem koláčů?

Ž57: *„4."*

U57: Proč 4?

Ž58: *„Protože 2 jsou polovina ze 4."*

U58: Když budu mít 3 koláče-kreslím opět obrázek tří koleček-a to je polovina ze všech, které upekli, kolik jich bylo celkem upečeno?

Ž59: *„6."*

U59: Výborně. Když jich budu mít 8.

Ž60: *„16."*

U60: Když jich budu mít 10?

Ž61: *„20."*

U61: Když jich budu mít 20?

Ž62: *„40. Aha."*

U62: Takže když jich mám 465, tak jich celkem upekli kolik?

Ž63: *„Tak to vynásobíme."*

U63: Čím to vynásobíš?

Ž64: *„Dvojkou."*

U64: Výborně, tak to vypočítej.

Ž65: Zapisuje příklad a počítá. Zapisuje výsledek 1030. *„Takže celkem upekli 1030 koláčů."*

U65: Podívejme se na ten výpočet.

Ž66: *„2krát 5 je 10, píšu nulu a jedničku si držím, 2krát 6 je 12 a přičtu jedničku, takže 13, píšu 3 a jedničku si držím, 2krát, jo aha, opravuje 10 na 9. Takže celkem těch koláčů je 930."*

U66: Teď je tam informace, že tvarohových je 1/3 ze všech upečených koláčů. Jak vypočítáme třetinu ze všech upečených koláčů?

Ž67: *„Vynásobím to prostě trojkou."* Zapisuje k výsledku číslo 3 a násobí 930krát 3, zapisuje výsledek 2 790.

U67: Tady jsi vypočítal, že 930 je jaké množství koláčů?

Ž68: *„Že to je ta polovina, co chyběla."*

U68: Není náhodou polovina těch 465?

Ž69: *„Jo, vlastně jo. To je vlastně ten celek."*

U69: Když víme, že 1/3 ze všech jsou tvarohové, může být tvarohových 2 790?

Ž70: *„Ne, takže to spíše sečtu."*

U71: Zkusme si to zase představit. Kreslím na papír 3 kolečka. „Když víme, že jsou to makové, tvarohové a povidlové, kolik je z těch 3 makových, když to vyjádříš zlomkem?"

Ž72: *„Třetina."*

Ž73: *„To jich bude 6."*

U73: Představ si, že tento je makový, makový, tvarohový, povidlový, povidlový a tvarohový, kolik kusů je makových?

Ž74: *„Tři."*

U74: Ještě jednou. Mám tady makový, makový, tvarohový, povidlový, povidlový a tvarohový, kolik je těch povidlových?

Ž75: *„Dva."*

U75: Kolik je těch tvarohových?

Ž76: *„Taky dva.“*

U76: Kolik je makových?

Ž77: *„Taky dva.“*

U77: Kolik tvoří ta 1/3 z těch šesti koláčů?

Ž78: *„Je jich 6 kusů, tak jakože 1/3 + 1/3 + 1/3“*

U78: Ještě jinak. Kreslím obrázek třetin v obdélníku. Co je tady toto? Ukazuji na celý obdélník.

Ž79: *„To je celek.“*

U79: Kolik kusů bude v té jedné třetině?

Ž80: *„2 kusy makových, 2 kusy tvarohových a 2 kusy povidlových.“*

U80: Když se vrátíme zpátky k příkladu a víme, že 1/3 ze všech upečených je tvarohových, tak jak vypočítáme, jaké množství to je?

Ž81: *„Vynásobíme to dvěma.“*

U81: Proč dvěma?

Ž82: *„Protože 1/3 jsou dva koláče.“*

U82: Představ si, že by těch koláčů bylo 9. Zakresluji obrázek 9 koleček. Vyznač mi, kolik by v tomto případě byla 1/3.

Ž83: *„To by byly 2 koláče, ne tři, ne jeden. Pak vyznačuje třetiny jako 1 a 2. Pak odděluje 3 kolečka.“*

U83: Takže kolik by byla 1/3 z 9 koláčů?

Ž84: *„3.“*

U84: Takže, jak by to vypadalo v té úloze?

Ž85: *„Jo, takže z těch 930 bude 1/3.“*

U85: Jak bys to vypočítal?

Ž86: *„Vydělím to.“* Zapisuje příklad 930:3 = 310. Takže, je jich 310.

U86: Jestliže víme, že jich celkem bylo 930, 465 bylo makových, teď jsi vypočítal, že tvarohových je 310, tak poslední otázka je, kolik je povidlových koláčů. Jak to zjistíš?

Ž87: *„Takže sečtem s tím 465.“*

U87: Jak to myslíš?

Ž88: *„465 + 310 a vyjde nám, kolik by mělo zbýt těch koláčů.“* Zapisuje pod 310 465 a dostává výsledek 775. To je 775.

U88: To jsi vypočítal co?

Ž89: *„To je, kolik je tvarohových a makových a teď to musíme odečíst od těch 930.“* Zapisuje pod 775 číslo 930 a odečítá. Dostává výsledek 45.

U89: Můžu se zeptat, rozumím správně, že odečítáš 775–930?

Ž90: *„Jo, naopak to musí bejt, protože by to šlo do mínusu.“* Zapisuje 930–775. Takže je to 245. Opět se dopouští chybného výpočtu, kdy počítá 5–0 = 5.7–3 = 4.9–7=2.

U90: Podívejme se ještě jednou na ten výpočet. 5 a kolik je 10?

Ž91: *„Jo, už vím, zase je tam chyba.“* Tentokrát již zapisuje správný výsledek. *„Takže povidlových je 155.“*

U91: Děkuji, …, za vypracování.

Seznam obrázků

PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKA

Téma: Slovní úlohy pro 4. ročník

Jméno žáka, škola:

Datum vypracování: 26. 2.

1. Tři kamarádi jeli na výlet, nejprve vlakem, pak autobusem. Za jízdenku na vlak zaplatil každý 18 Kč, za jízdenku na autobus 23 Kč. Kolik korun zaplatili celkem za jízdenky?

Zaplatili 116 Kč

2. Na farmě sebrali za tři dny 945 vajec. První den sebrali 213 vajec, druhý den o 40 vajec méně než první den. Kolik vajec sebrali třetí den?

Za třetí den sebrali 559 vajec

3. Jitka přečetla o jarních prázdninách knihu, která měla 650 stránek. V pondělí přečetla 50 stran, ostatní dny (od úterý do neděle) četla každý den stejný počet stran. Kolik stran přečetla v pondělí a v úterý dohromady?

Za pondělí a úterý přečetla ~~stran~~ 150 stran.

4. V továrně vyrobili dělníci na jedné směně 6 600 součástek, na druhé směně o šestinu součástek více. Všechny součástky pak zabalili do krabic po jedné stovce součástek. Kolik krabic bylo připraveno na prodej?

Krabic připravily celkem 462

5. Roční příjem pana Šimka byl 280 000 Kč, což bylo o 48 000 Kč více, než si vydělala paní Šimková. Kolik korun si vydělala paní Šimková? Jaký byl roční příjem obou manželů?

Paní Šimková si ročně vydělá 232 000 Kč
Příjem obou manželů byl 512 000 Kč

6. Nejvyšší horou světa je hora Mount Everest, která měří 8 848 m, což je o 4 038 m více, než kolik měří nejvyšší hora Evropy Mont Blanc. Kolik metrů měří nejvyšší hora Evropy?

Mont Blanc měří 4 810 metrů

7. Filmová pohádka trvá 93 minut. Kdy bude končit, jestliže začátek je v 16 hodin 45 minut?

Pohádka končí ve 18 : 18

8. Z cisterny, ve které bylo 12 hektolitrů vody pro kojence, odebrali dopoledne 580 litrů vody, což bylo o 230 litrů méně, než odebrali odpoledne. Kolik litrů vody v cisterně zbylo?

V cisterně ~~zb~~zbylo ~~370~~ ~~litrů~~,
0 litrů.

Pomocný list - Adam.

280000
− 48000
232000

280000
+ 232000
512000

8848
− 4038
4810

16:45
+ 93
17:38

93

17:45

18:00 18

620
− 810
− 281

1200 Kč
− 580
0620
− 230
0390 Kč

620
− 350
270

620
− 270
350

3 · 18 = 54 + 3 · 24 = 62 = 116

213 + 173 = 386 + 559 = 945

213
− 40
173

945
− 386
559

úterý + 50
pondělí + 50
100

~~6600 : 6 = 1100~~

6600
· 6
39600
+ 6600
46200 : 100 = 462
620
200
0

Pracovní list 2018 - Adam.

PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKA

Jméno žáka, škola:

Datum vypracování: 22.11

1. Pan Veselý dostal za práci zaplaceno 945 Kč, pan Smutný dostal třikrát méně než pan Veselý. Kolik korun si musela paní účetní připravit pro oba dva?

945 : 3 = 315 Kč
04
15

945
+ 315
1260 Kč

Účetní musela připravit 1260 Kč

2. Podél cesty má být vysázeno 26 stromů, vzdálenost mezi dvěma sousedními stromy bude 12 metrů. Jaká bude vzdálenost mezi prvním a posledním stromem?

25
· 12
50
25
300

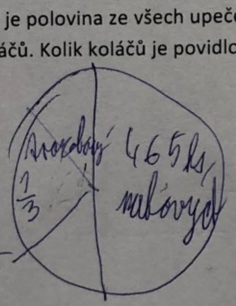
vzdálenost bude 300 metrů

3. Z desetimetrové role látky se prodalo nejprve 2,6 metrů látky. Další zákaznice si koupila 180 centimetrů látky a třetí potřebovala 3 metry a 7 decimetrů. Kolik látky se již prodalo? Kolik látky ještě zbylo?

10 − 2,6 − 1,8 − 3,7 = 1,9 m

Zbylo 1,9 metrů látky

4. V pekárně pečou tři druhy koláčů, tvarohové, makové a povidlové. Makových je dnes 465 ks, což je polovina ze všech upečených koláčů. Tvarohových je třetina ze všech upečených koláčů. Kolik koláčů je povidlových? Kolik koláčů upekli dnes celkem?



~~465 : 4 = 116,25~~
06
25
10
20

465
· 2
930 : 3 = 310
03
00

465 − 310 = 155

povidlových je 155

5. V obchodě s horskými koly vyhlásili posezónní výprodej a poskytovali slevu ve výši jedné sedminy původní ceny. Novákovi koupili jedno kolo za 6 600 Kč a druhé za 5 400 Kč. Kolik korun ušetřili oproti běžné ceně?

6 600 : 6 = 1100
· 7
7 700

5 400 : 6 = 900
· 7
6 300
− 7

~~700~~ 900 + 1100 = 1800 kč

Ušetřili ~~1800~~ 2000 kč

6. Cyklista měl ráno na tachometru 328,5 km, v poledne 415,3 km a večer 531,1 km. Kolik kilometrů ujel dopoledne a kolik odpoledne? Kolik ujel za celý den?

531,1
− 415,3
115,8 km

O = 115,8 km
P = 86,8 km

415,3
− 328,5
86,8 km

celkem 202,6 km

7. Každý žák pátého ročníku provozuje alespoň jeden druh sportu, 17 dětí jezdí na kole a 15 dětí hraje fotbal. Do páté třídy ale chodí jen 26 žáků. Je to možné?

Ano 6 dětí provozuje oba 2 sporty

8. Podnik prodal v prvním čtvrtletí zboží za 18 470 000 Kč. Jeho náklady ale byly 14 697 000 Kč. Stačí získané peníze na nákup nových strojů za 3 800 000 Kč?

18 470 000
− 14 697 000
03 773 000

ne nestačí

Pracovní list 2014 - Boris.

PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKA

Téma: Slovní úlohy pro 4. ročník

Jméno žáka, škola:

Datum vypracování: 3.3

1. Tři kamarádi jeli na výlet, nejprve vlakem, pak autobusem. Za jízdenku na vlak zaplatil každý 18 Kč, za jízdenku na autobus 23 Kč. Kolik korun zaplatili celkem za jízdenky?

18 · 3 = 54

3 · 25 = 75

54 + 75 = 129

2. Na farmě sebrali za tři dny 945 vajec. První den sebrali 213 vajec, druhý den o 40 vajec méně než první den. Kolik vajec sebrali třetí den?

213 + 173 = 386

945 + 639 = 1584

1584 − 40 = 1544

213 + 213 + 213 = 639

213 − 40 = 173

945 − 189 = 756

3. Jitka přečetla o jarních prázdninách knihu, která měla 650 stránek. V pondělí přečetla 50 stran, ostatní dny (od úterý do neděle) četla každý den stejný počet stran. Kolik stran přečetla v pondělí a v úterý dohromady?

6 · 50 = 300

4. V továrně vyrobili dělníci na jedné směně 6 600 součástek, na druhé směně o šestinu součástek více. Všechny součástky pak zabalili do krabic po jedné stovce součástek. Kolik krabic bylo připraveno na prodej?

6600 · 6 = 39600

39600 · 100 = 3960000

5. Roční příjem pana Šimka byl 280 000 Kč, což bylo o 48 000 Kč více, než si vydělala paní Šimková. Kolik korun si vydělala paní Šimková? Jaký byl roční příjem obou manželů?

$$\begin{array}{r} 280\,000 \\ -\ 48\,000 \\ \hline 231\,990 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 220\,000 \\ 231\,990 \\ \hline 511\,990 \end{array}$$

6. Nejvyšší horou světa je hora Mount Everest, která měří 8 848 m, což je o 4 038 m více, než kolik měří nejvyšší hora Evropy Mont Blanc. Kolik metrů měří nejvyšší hora Evropy?

$$\begin{array}{r} 8\,848 \\ -\ 4\,038 \\ \hline 4\,810 \end{array}$$

7. Filmová pohádka trvá 93 minut. Kdy bude končit, jestliže začátek je v 16 hodin 45 minut?

$$\begin{array}{r} 16\ \ 45 \\ 93 \\ \hline 17{:}38 \end{array}$$

8. Z cisterny, ve které bylo 12 hektolitrů vody pro kojence, odebrali dopoledne 580 litrů vody, což bylo o 230 litrů méně, než odebrali odpoledne. Kolik litrů vody v cisterně zbylo?

Pracovní list 2018 - Boris.

PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKA

Jméno žáka, škola:

Datum vypracování:

1. Pan Veselý dostal za práci zaplaceno 945 Kč, pan Smutný dostal třikrát méně než pan Veselý. Kolik korun si musela paní účetní připravit pro oba dva?

945 : 3 = 315
04
15

945
315
1260

2. Podél cesty má být vysázeno 26 stromů, vzdálenost mezi dvěma sousedními stromy bude 12 metrů. Jaká bude vzdálenost mezi prvním a posledním stromem?

26
12
2

26
12
52
126
1312

25
12
50
25
300

10
10

241

3. Z desetimetrové role látky se prodalo nejprve 2,6 metrů látky. Další zákaznice si koupila 180 centimetrů látky a třetí potřebovala 3 metry a 7 decimetrů. Kolik látky se již prodalo? Kolik látky ještě zbylo?

26
18
37
8,1

1,9 m

4. V pekárně pečou tři druhy koláčů, tvarohové, makové a povidlové. Makových je dnes 465 ks, což je polovina ze všech upečených koláčů. Tvarohových je třetina ze všech upečených koláčů. Kolik koláčů je povidlových? Kolik koláčů upekli dnes celkem?

465
465
930

930 : 3 = 310
930

465
310
475

930
475
155

5. V obchodě s horskými koly vyhlásili posezónní výprodej a poskytovali slevu ve výši jedné sedminy původní ceny. Novákovi koupili jedno kolo za 6 600 Kč a druhé za 5 400 Kč. Kolik korun ušetřili oproti běžné ceně?

6 600 · 7 = 46 200   5 400 · 7 = 37 800   5400 : 6 = 900

1100

6600 : 7 = 933
30
40

6. Cyklista měl ráno na tachometru 328,5 km, v poledne 415,3 km a večer 531,1 km. Kolik kilometrů ujel dopoledne a kolik odpoledne? Kolik ujel za celý den?

531,1 − 415,3 = 115,8   415,3 − 328,5 = 86,8   115,8 + 86,8 = 202,6

7. Každý žák pátého ročníku provozuje alespoň jeden druh sportu, 17 dětí jezdí na kole a 15 dětí hraje fotbal. Do páté třídy ale chodí jen 26 žáků. Je to možné?

32 − 26 = 6

8. Podnik prodal v prvním čtvrtletí zboží za 18 470 000 Kč. Jeho náklady ale byly 14 697 000 Kč. Stačí získané peníze na nákup nových strojů za 3 800 000 Kč?

18470000 − 14697000 = 3773000

18470000

Pracovní list 2014 - Cyril.

PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKA

Téma: Slovní úlohy pro 4. ročník

Jméno žáka, škola:

Datum vypracování: 10. března

1. Tři kamarádi jeli na výlet, nejprve vlakem, pak autobusem. Za jízdenku na vlak zaplatil každý 18 Kč, za jízdenku na autobus 23 Kč. Kolik korun zaplatili celkem za jízdenky?

   ~~41 Kč~~ 123 Kč

2. Na farmě sebrali za tři dny 945 vajec. První den sebrali 213 vajec, druhý den o 40 vajec méně než první den. Kolik vajec sebrali třetí den?

   ~~405 vajec~~ 386 vajec

3. Jitka přečetla o jarních prázdninách knihu, která měla 650 stránek. V pondělí přečetla 50 stran, ostatní dny (od úterý do neděle) četla každý den stejný počet stran. Kolik stran přečetla v pondělí a v úterý dohromady?

   100 stran

4. V továrně vyrobili dělníci na jedné směně 6 600 součástek, na druhé směně o šestinu součástek více. Všechny součástky pak zabalili do krabic po jedné stovce součástek. Kolik krabic bylo připraveno na prodej?

   18 600

5. Roční příjem pana Šimka byl 280 000 Kč, což bylo o 48 000 Kč více, než si vydělala paní Šimková. Kolik korun si vydělala paní Šimková? Jaký byl roční příjem obou manželů?

~~31 308 000~~

$$\begin{array}{r} 280\,000 \\ 48\,000 \\ \hline 328\,000 \end{array}$$

6. Nejvyšší horou světa je hora Mount Everest, která měří 8 848 m, což je o 4 038 m více, než kolik měří nejvyšší hora Evropy Mont Blanc. Kolik metrů měří nejvyšší hora Evropy?

48 8

~~4 848~~

$$\begin{array}{r} \cancel{8848} \\ -\cancel{4038} \\ \hline 886 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8848 \\ -4038 \\ \hline 4810 \end{array}$$

7. Filmová pohádka trvá 93 minut. Kdy bude končit, jestliže začátek je v 16 hodin 45 minut?

18:18

8. Z cisterny, ve které bylo 12 hektolitrů vody pro kojence, odebrali dopoledne 580 litrů vody, což bylo o 230 litrů méně, než odebrali odpoledne. Kolik litrů vody v cisterně zbylo?

4 hektolitry

Pracovní list 2018 - Cyril.

PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKA

Jméno žáka, škola:

Datum vypracování:

1. Pan Veselý dostal za práci zaplaceno 945 Kč, pan Smutný dostal třikrát méně než pan Veselý. Kolik korun si musela paní účetní připravit pro oba dva?

945 : 3 = 315 = 1160

2. Podél cesty má být vysázeno 26 stromů, vzdálenost mezi dvěma sousedními stromy bude 12 metrů. Jaká bude vzdálenost mezi prvním a posledním stromem?

26 · 12 = 312 25 · 12 = 300

204 348

3. Z desetimetrové role látky se prodalo nejprve 2,6 metrů látky. Další zákaznice si koupila 180 centimetrů látky a třetí potřebovala 3 metry a 7 decimetrů. Kolik látky se již prodalo? Kolik látky ještě zbylo?

70 18 26 3

7,4 1,8

7,4 − 1,8 = 5,6

18 + 70 + 26 + 3 = 117

5,6 − 3 = 2,6 − 0,7 = 1,9

4. V pekárně pečou tři druhy koláčů, tvarohové, makové a povidlové. Makových je dnes 465 ks, což je polovina ze všech upečených koláčů. Tvarohových je třetina ze všech upečených koláčů. Kolik koláčů je povidlových? Kolik koláčů upekli dnes celkem?

MA 465 ks

T $\frac{1}{3}$

P ?

465 : 2 = 232

930 : 3 = 310

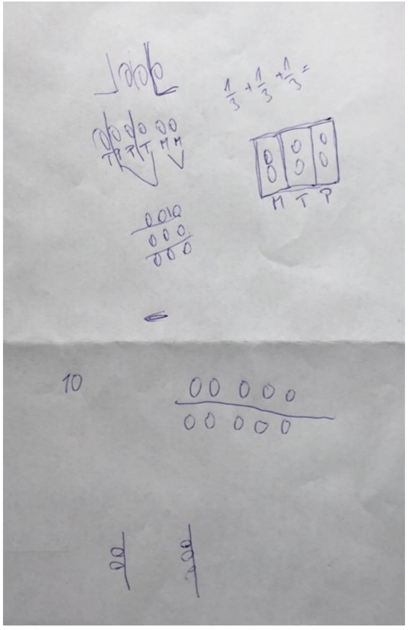
465 · 2 = 930

930 · 3 = 2790

775 − 430 = 45

930 − 775 = 155

Pomocný list - Cyril.



Ukázky dalších řešení žáků v roce 2014.

Pracovní list 2014 – Amálka.

PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKA

Téma: Slovní ú...

Jméno žáka, ško...: ... a MŠ CHODOV

Datum vypracování: ...

1. Tři kamarádi jeli na výlet, nejprve vlakem, pak autobusem. Za jízdenku na vlak zaplatil každý 18 Kč, za jízdenku na autobus 23 Kč. Kolik korun zaplatili celkem za jízdenky?

V → A → JV = 18 Kč

JA = 23 Kč

3K

18 · 3 = 54

23 · 3 = 69

54 + 69 = 123

Za jízdenky zaplatily 123 Kč

~~Za jízdenky zaplatily celkem ... Kč~~

2. Na farmě sebrali za tři dny 945 vajec. První den sebrali 213 vajec, druhý den o 40 vajec méně než první den. Kolik vajec sebrali třetí den?

3 dny = 945 v

1. den = 213 v

2. den = 213 − 40 = 173 v

213 − 40 = 173

213 + 173 = 386

945 − 386 = 559

213 + 559 + 173 = 945

3. den sebrali 559 vajec

3. Jitka přečetla o jarních prázdninách knihu, která měla 650 stránek. V pondělí přečetla 50 stran, ostatní dny (od úterý do neděle) četla každý den stejný počet stran. Kolik stran přečetla v pondělí a v úterý dohromady?

650 s

Po: 50 s

650 − 50 = 600

600 : 6 = 100

100 + 50 = 150 s

V pondělí a v úterý přečetla dohromady 150 stran.

4. V továrně vyrobili dělníci na jedné směně 6 600 součástek, na druhé směně o šestinu součástek více. Všechny součástky pak zabalili do krabic po jedné stovce součástek. Kolik krabic bylo připraveno na prodej?

1 sm. = 6 600 s

2 sm. = 6600 : 6 + 6600 = 7700 s

6600 : 6 = 1100

6600 + 1100 = 7700

7700 + 6600 = 14300 : 100 = 143

Na prodej bylo připraveno 143 krabic.

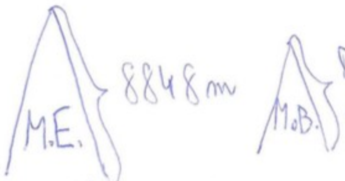
5. Roční příjem pana Šimka byl 280 000 Kč, což bylo o 48 000 Kč více, než si vydělala paní Šimková. Kolik korun si vydělala paní Šimková? Jaký byl roční příjem obou manželů?

$$\begin{array}{r} 280\,000\,Kč \\ -\ 048\,000\,Kč \\ \hline 232\,000\,Kč \end{array} \qquad \begin{array}{r} 280\,000 \\ 232\,000 \\ \hline 512\,000\,Kč \end{array}$$

Oba manželé si ~~za~~ rok dohromady vydělají 512 000 Kč.

Paní Šimková si ročně vydělává 232 000 Kč.

6. Nejvyšší horou světa je hora Mount Everest, která měří 8 848 m, což je o 4 038 m více, než kolik měří nejvyšší hora Evropy Mont Blanc. Kolik metrů měří nejvyšší hora Evropy?



8848 − 4038 = 4810 Vh

$$\begin{array}{r} 8848 \\ -\ 4038 \\ \hline 4810 \end{array}$$

Nejvyšší hora Evropy měří 4810 metrů.

7. Filmová pohádka trvá 93 minut. Kdy bude končit, jestliže začátek je v 16 hodin 45 minut?

93 m

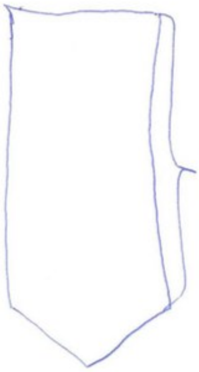
16h 45m = začátek

$$\begin{array}{r} 93 \\ -\ 60 \\ \hline 33 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ 1 \\ \hline 17\,h \\ 1 \\ \hline 18\,h\ 18\,m \end{array} \qquad \begin{array}{r} 45 \\ 33 \\ \hline 78 \\ -\ 60 \\ \hline 18 \end{array}$$

Filmová pohádka bude končit v 18 hodin a 18 minut.

8. Z cisterny, ve které bylo 12 hektolitrů vody pro kojence, odebrali dopoledne 580 litrů vody, což bylo o 230 litrů méně, než odebrali odpoledne. Kolik litrů vody v cisterně zbylo?

1 hl = 100 l



12 hl

$$\begin{array}{r} 1200\,l \\ -\ 810 \\ \hline 0390\,l \end{array} \qquad \begin{array}{r} 580 \\ 230 \\ \hline 810 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 810 \\ 580 \\ \hline 1390\,l \end{array}$$

V cisterně zbylo 390 litrů vody.

Pracovní list 2014 – Dorota

PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKA

Téma: Slovní úlohy pro 4. ročník

Jméno žáka, škola 25 Chodov

Datum vypracování: 7. března

1. Tři kamarádi jeli na výlet, nejprve vlakem, pak autobusem. Za jízdenku na vlak zaplatil každý 18 Kč, za jízdenku na autobus 23 Kč. Kolik korun zaplatili celkem za jízdenky?

$18 \cdot 3 = 54$ $23 \cdot 3 = 69$ $54 + 69 = 123$

Za jízdenku celkem zaplatily 123 kč.

2. Na farmě sebrali za tři dny 945 vajec. První den sebrali 213 vajec, druhý den o 40 vajec méně než první den. Kolik vajec sebrali třetí den?

$213 + 173 = 386$ $213 - 40 = 173$ $945 - 386 = 559$

1	2	3
213	173	559

Třetí den sebrali 559 vajec.

3. Jitka přečetla o jarních prázdninách knihu, která měla 650 stránek. V pondělí přečetla 50 stran, ostatní dny (od úterý do neděle) četla každý den stejný počet stran. Kolik stran přečetla v pondělí a v úterý dohromady?

$50 + 50 = 100$

V pondělí a v úterý přečetla 100 stran.

4. V továrně vyrobili dělníci na jedné směně 6 600 součástek, na druhé směně o šestinu součástek více. Všechny součástky pak zabalili do krabic po jedné stovce součástek. Kolik krabic bylo připraveno na prodej?

$6600 : 6 = 1100$ $6600 + 1100 = 7700$

~~6600 + 7700 =~~

$6600 + 7700 = 14300$

$14300 : 100 = 143$

Bylo připraveno 143 krabic.

5. Roční příjem pana Šimka byl 280 000 Kč, což bylo o 48 000 Kč více, než si vydělala paní Šimková. Kolik korun si vydělala paní Šimková? Jaký byl roční příjem obou manželů?

$$\begin{array}{r} 280\,000 \\ 232\,000 \\ \hline 512\,000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 280\,000 \\ -\ 48\,000 \\ \hline 232\,000 \end{array}$$

Paní Šimková vydělala 232000 Kč.
Obou manželů příjem byl 512 000 Kč

6. Nejvyšší horou světa je hora Mount Everest, která měří 8 848 m, což je o 4 038 m více, než kolik měří nejvyšší hora Evropy Mont Blanc. Kolik metrů měří nejvyšší hora Evropy?

$$\begin{array}{r} 8\,848 \\ 4\,038 \\ \hline 4\,810 \end{array}$$

Mont Blanc měří 4810.

7. Filmová pohádka trvá 93 minut. Kdy bude končit, jestliže začátek je v 16 hodin 45 minut?

~~93 : 60 = 1~~ 1h. 33 min

$$\begin{array}{r} 33 \\ 45 \\ \hline 78 \end{array}$$

Pohádka skončí v 18:18.

16 + 2 = 18 + 18 min = 2h. 18

78 = 1h. 18

18 hodin a 18 min

8. Z cisterny, ve které bylo 12 hektolitrů vody pro kojence, odebrali dopoledne 580 litrů vody, což bylo o 230 litrů méně, než odebrali odpoledne. Kolik litrů vody v cisterně zbylo?

$$\begin{array}{r} 12\,000 \\ 580 \\ \hline 11\,420 \\ 810 \\ \hline 10\,610 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 580 \\ 230 \\ \hline 810 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 580 \\ 810 \\ \hline 1370 \end{array}$$

V cisterně zbylo 10610 litrů.

Pracovní list 2014 – Eva

PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKA

Téma: Slovní úlohy pro 4. ročník

Jméno žáka, škola ZŠ a MŠ Chodov Květnového vítězství 57 - Praha 11

Datum vypracování: 26. února 2014

1. Tři kamarádi jeli na výlet, nejprve vlakem, pak autobusem. Za jízdenku na vlak zaplatil každý 18 Kč, za jízdenku na autobus 23 Kč. Kolik korun zaplatili celkem za jízdenky?

I I I

V = 18
A = 23
41
· 3
123

Za jízdenky zaplatili 123,- Kč.

2. Na farmě sebrali za tři dny 945 vajec. První den sebrali 213 vajec, druhý den o 40 vajec méně než první den. Kolik vajec sebrali třetí den?

945 − 213 = 732

213 − 40 = 173

732 − 173 = 559

Za 3. den sebrali 559 vajec.

3. Jitka přečetla o jarních prázdninách knihu, která měla 650 stránek. V pondělí přečetla 50 stran, ostatní dny (od úterý do neděle) četla každý den stejný počet stran. Kolik stran přečetla v pondělí a v úterý dohromady?

650 − 50
600 : 6 = 100

100 + 50 = 150

V Po a v Út přečetla 150 stran.

4. V továrně vyrobili dělníci na jedné směně 6 600 součástek, na druhé směně o šestinu součástek více. Všechny součástky pak zabalili do krabic po jedné stovce součástek. Kolik krabic bylo připraveno na prodej?

6 600 : 6 = 1100
06
00

6 600 + 1100 = 7 700

6 600 7 700

6 600 + 7 700 = 14 300

14 300 : 100 = 143
4 30
300

Bylo připraveno 143 krabic.

5. Roční příjem pana Šimka byl 280 000 Kč, což bylo o 48 000 Kč více, než si vydělala paní Šimková. Kolik korun si vydělala paní Šimková? Jaký byl roční příjem obou manželů?

280 000 − 48 000 = 232 000

280 000 + 232 000 = 512000

Paní Šimková vydělala 232000
Roční příjem obou manželů byl 512 000.

6. Nejvyšší horou světa je hora Mount Everest, která měří 8 848 m, což je o 4 038 m více, než kolik měří nejvyšší hora Evropy Mont Blanc. Kolik metrů měří nejvyšší hora Evropy?

8 848 − 4 038 = 4 810

Nejvyšší hora Evropy měří 4810.

7. Filmová pohádka trvá 93 minut. Kdy bude končit, jestliže začátek je v 16 hodin 45 minut?

45 + 93 = 138

16h + 2 h + 18min = 18:18

Pohádka bude končit v 18:18.

8. Z cisterny, ve které bylo 12 hektolitrů vody pro kojence, odebrali dopoledne 580 litrů vody, což bylo o 230 litrů méně, než odebrali odpoledne. Kolik litrů vody v cisterně zbylo?

do 1 200 − 580 = 620

od ~~620 + 230 = 850~~

1200 − 1430

V cisterně zbylo 0 litrů.

850 + 620 = 1470

580 + 230 = 810

620 + 810 = 1430

Pracovní list 2014 – Františka

|

PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKA

Téma: Slovní úlohy pro 4. ročník

Jméno žáka, škola: ZŠ Chodov

Datum vypracování: 10.3.

1. Tři kamarádi jeli na výlet, nejprve vlakem, pak autobusem. Za jízdenku na vlak zaplatil každý 18 Kč, za jízdenku na autobus 23 Kč. Kolik korun zaplatili celkem za jízdenky?

18 . 3 = 54   23 . 3 = 69   54 + 69 = 123,- Kč

Celkem zaplatili 123 Kč,-.

2. Na farmě sebrali za tři dny 945 vajec. První den sebrali 213 vajec, druhý den o 40 vajec méně než první den. Kolik vajec sebrali třetí den?

1. 213 v.   2. 173 v.   3. 559 v.   Třetí den sebrali 559 vajec.

213 + 173 = 386

945 − 386 = 559

3. Jitka přečetla o jarních prázdninách knihu, která měla 650 stránek. V pondělí přečetla 50 stran, ostatní dny (od úterý do neděle) četla každý den stejný počet stran. Kolik stran přečetla v pondělí a v úterý dohromady?

600 : 6 = 100 + 50 = 150   V pondělí a v úterý přečetla 150 stran.

4. V továrně vyrobili dělníci na jedné směně 6 600 součástek, na druhé směně o šestinu součástek více. Všechny součástky pak zabalili do krabic po jedné stovce součástek. Kolik krabic bylo připraveno na prodej?

6600 : 6 = 1100
06
 00
  00

1. 6600   2. 7.700

6600 + 7700 = 14300 : 100 = 143
430
300

Bylo připraveno 143 krabic.

5. Roční příjem pana Šimka byl 280 000 Kč, což bylo o 48 000 Kč více, než si vydělala paní Šimková. Kolik korun si vydělala paní Šimková? Jaký byl roční příjem obou manželů?

$$\begin{array}{r} 280\,000 \\ -\ 48\,000 \\ \hline 232\,000 \end{array}$$

Paní Šimková si vydělala 232000 Kč.

$$\begin{array}{r} 280\,000 \\ 232\,000 \\ \hline \cancel{048}\,000 \\ 512 \end{array}$$

Roční příjem obou manželů byl 512 000 Kč.

6. Nejvyšší horou světa je hora Mount Everest, která měří 8 848 m, což je o 4 038 m více, než kolik měří nejvyšší hora Evropy Mont Blanc. Kolik metrů měří nejvyšší hora Evropy?

$$\begin{array}{r} 8848 \\ -\ 4038 \\ \hline 4810 \end{array}$$

Nejvyšší hora Evropy měří 4810 m.

7. Filmová pohádka trvá 93 minut. Kdy bude končit, jestliže začátek je v 16 hodin 45 minut?

16 h. 45 min.
1 h. 33 min.
17 h. 78 min.
18 h. 18 min.

Pohádka bude končit v 18 h. 18 min.

8. Z cisterny, ve které bylo 12 hektolitrů vody pro kojence, odebrali dopoledne 580 litrů vody, což bylo o 230 litrů méně, než odebrali odpoledne. Kolik litrů vody v cisterně zbylo?

$$\begin{array}{r} \cancel{1200} \\ -\ \cancel{580} \\ \hline \cancel{0620} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \cancel{620} \\ -\ \cancel{810} \end{array} \quad \cancel{810}$$

V cisterně zbylo 10430 l. vody.

$$\begin{array}{r} 12000 \\ -\ 580 \\ \hline 11420 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11240 \\ -\ 810 \\ \hline 10430 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 810 \\ 580 \\ \hline 1390 \end{array}$$

Pracovní list 2014 – Gita

PRACOVNÍ LIST PRO ŽÁKA

Téma: Slovní úlohy pro 4. ročník

Jméno žáka, škola: [illegible]

Datum vypracování: 14. 5.

1. Tři kamarádi jeli na výlet, nejprve vlakem, pak autobusem. Za jízdenku na vlak zaplatil každý 18 Kč, za jízdenku na autobus 23 Kč. Kolik korun zaplatili celkem za jízdenky?

$18 \cdot 3 = 54$ $\quad 23 \cdot 3 = 69$ $\quad 54 + 69 = 123$

Celkem zaplatili za jízdenky 123 kč.

2. Na farmě sebrali za tři dny 945 vajec. První den sebrali 213 vajec, druhý den o 40 vajec méně než první den. Kolik vajec sebrali třetí den?

$213 - 40 = 173$ $\quad 213 + 173 = 386$ $\quad 945 - 386 = 559$

Za třetí den sebrali 559 vajec.

3. Jitka přečetla o jarních prázdninách knihu, která měla 650 stránek. V pondělí přečetla 50 stran, ostatní dny (od úterý do neděle) četla každý den stejný počet stran. Kolik stran přečetla v pondělí a v úterý dohromady?

P	Ú	ST	Č	P	SO	N
50	100	100	100	100	100	100

Jitka za v pondělí a v úterý přečetla dohromady 150 stránek.

4. V továrně vyrobili dělníci na jedné směně 6 600 součástek, na druhé směně o šestinu součástek více. Všechny součástky pak zabalili do krabic po jedné stovce součástek. Kolik krabic bylo připraveno na prodej?

$6600 : 6 = 1100$

$6600 + 1100 = 7700$

$6600 : 100 = 66$

$7700 : 100 = 77$

$66 + 77 = 143$

Doteč: Bylo připraveno 143 vajec.

5. Roční příjem pana Šimka byl 280 000 Kč, což bylo o 48 000 Kč více, než si vydělala paní Šimková. Kolik korun si vydělala paní Šimková? Jaký byl roční příjem obou manželů?

Dohromady vydělali 512000 Kč.

ON

280000

ONA

$$\begin{array}{r} 280000 \\ -\ 48000 \\ \hline 232000 \end{array}$$

Paní Šimková vydělala 232000

ON

$$\begin{array}{r} 280000 \\ 232000 \\ \hline \cancel{048000} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 280000 \\ 232000 \\ \hline 512000 \end{array}$$

6. Nejvyšší horou světa je hora Mount Everest, která měří 8 848 m, což je o 4 038 m více, než kolik měří nejvyšší hora Evropy Mont Blanc. Kolik metrů měří nejvyšší hora Evropy?

Mont Blanc měří 4810 m.

$$\begin{array}{r} 8848 \\ -\ 4038 \\ \hline 4810 \end{array}$$

7. Filmová pohádka trvá 93 minut. Kdy bude končit, jestliže začátek je v 16 hodin 45 minut?

93 − 15 = 78

17:00 18:18

Pohádka bude končit v 18:18.

8. Z cisterny, ve které bylo 12 hektolitrů vody pro kojence, odebrali dopoledne 580 litrů vody, což bylo o 230 litrů méně, než odebrali odpoledne. Kolik litrů vody v cisterně zbylo?

hektolitr = 100 litrů

1200 l

$$\begin{array}{r} 580 \\ 810 \\ \hline 1390 \end{array}$$

V cisterně nezbyla žádná voda.

Seznam tabulek